Nelle Calédonie 2004 Exercice 1 Deux isotopes de l'iode pour étudier la thyroïde (4 pts)
Correction © http://labolycee.org

1. ***(0,25)*** Le noyau $^{131}_{53}I$ contient Z = 53 protons et A–Z = 131–53 = 78 neutrons

2. ***(0,25)*** $N_0 = n. N_A$

$$N_0 = \frac{m}{M}.N_A = \frac{1,00\times10^{-6}}{131}\times6,02\times10^{23}$$

$N_0 = 4,60\times10^{15}$ atomes

3. ***(0,25)*** Au cours d'une transformation nucléaire, il y a conservation du nombre de charges et du nombre de nucléons.

(0,25) $^{131}_{53}I \rightarrow {}^{131}_{54}Xe \; {}^{0}_{-1}e$

4.1. ***(0,25)*** $N(t) = N_0 . e^{-\lambda.t}$

4.2.1. ***(0,25)*** La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée nécessaire pour la moitié des noyaux initialement présents se soient désintégrés. A $t_{1/2}$, on a $N(t_{1/2}) = N_0/2$.

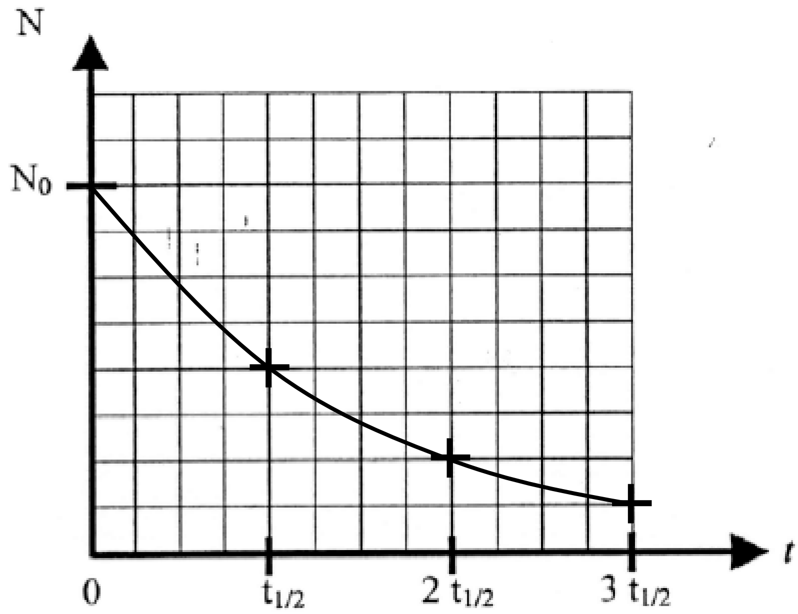
4.2.2. ***(0,25)*** $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 . e^{-\lambda.t_{1/2}}$

$\frac{1}{2} = e^{-\lambda.t_{1/2}}$

$\ln\frac{1}{2} = -\lambda . t_{1/2}$

$-\ln 2 = -\lambda . t_{1/2}$

soit **$\ln 2 = \lambda . t_{1/2}$**



4.3. ***(0,5)*** A t = 0, il y a N_0 noyaux.
A $t = t_{1/2}$, il reste $N_0/2$ noyaux.
A $t = 2\,t_{1/2}$, il reste $\frac{N_0/2}{2} = \frac{N_0}{4}$ noyaux
A $t = 3\,t_{1/2}$, il reste $\frac{N_0/4}{2} = \frac{N_0}{8}$ noyaux.

5.1. ***(0,5)*** On dérive la fonction $N(t) = N_0$. e

$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda.N_0 . e^{-\lambda.t}$

$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda.N(t)$

soit en valeur absolue $\left|\frac{dN(t)}{dt}\right|$ = **$\lambda.N(t) = A(t)$**

Il y a bien proportionnalité entre A(t) et N(t), la constante de proportionnalité est égale à la constante radioactive λ.

5.2. ***(0,5)*** Pour t = 0, $A_0 = \lambda.N_0$.

On a établi précédemment que $\ln 2 = \lambda . t_{1/2}$ donc $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

soit **$A_0 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} . N_0$**

on sait que $N_0 = 4,60\times10^{15}$ noyaux et il faut exprimer $t_{1/2}$ en s, pour que A soit en Bq

$$A_0 = \frac{\ln 2}{8,0\times24\times3600}\times4,60\times10^{15}$$

$A_0 = 4,6\times10^{9}$ Bq *valeur non arrondie à mettre* ***en mémoire*** *: 4 612 958 667*

5.3. ***(0,25)*** L'examen a lieu 4 heures après l'ingestion, donc t = 4 h.

$A(t) = A_0 .\ e^{-\lambda . t}$ et $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$

donc $A(t) = A_0 .\ e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} . t}$

$A(t) = 4{,}6\times10^9 .\ e^{-\frac{\ln 2}{8{,}0\times24}\times4}$ *t et $t_{1/2}$ doivent avoir la même unité*

$A(t) = 4{,}5\times10^9$ Bq *valeur non arrondie à mettre* ***en mémoire*** *4 534 050 714*

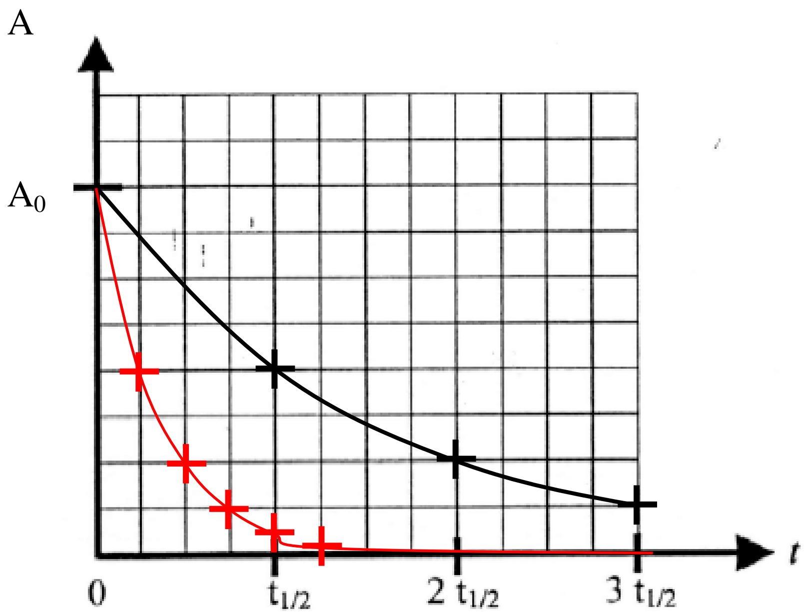
5.4. ***(0,25)*** $\dfrac{|\Delta A|}{A_0} = \dfrac{|4{,}5\times10^9 - 4{,}6\times10^9|}{4{,}6\times10^9} = 1{,}7\ \%$ Calcul effectué avec les valeurs non arrondies

6. ***(0,25)*** Résumons les données:

Isotope $^{131}_{53}I$ $t_{1/2}$ = 8,0 jours =8,0 ×24 = 192 h $A_0 = 4{,}6\times10^9$ Bq $A(t) = 4{,}5\times10^9$ Bq pour une date t = 4 h	Isotope $^{123}_{53}I$ $t_{1/2}$ = 13,2 h $A_0 = 4{,}6\times10^9$ Bq $A(t) = 4{,}5\times10^9$ Bq pour une date t = 4 h? ou > 4h? ou < 4h?

On nous dit qu'une méthode graphique peut être utilisée…
On a vu que A est proportionnelle à N. Donc on peut raisonner sur la courbe représentative de N au cours du temps et considérer que celle représentative de A au cours du temps à la même allure.
Dessinons en rouge, la décroissance qui correspond au cas où $t_{1/2}$ est plus faible.
On constate que l'activité diminue plus rapidement.

Donc avec l'isotope $^{123}_{53}I$, l'activité atteint $A = 4{,}5\times10^9$ Bq pour une durée plus faible qu'avec l'isotope $^{131}_{53}I$



Sur cette figure les proportions entre $t_{1/2}$ de l'isotope $^{123}_{53}I$ et $t_{1/2}$ de l'isotope $^{131}_{53}I$ ne sont pas respectées.