Bac Liban 2004 Exercice 3 (4pts) Le grand saut *calculatrice autorisée*
correction http://labolycee.org ©

PARTIE A : La montée en ballon

A. On s'intéresse à l'ensemble {ballon + nacelle + sauteur} de masse m.
La poussée d'Archimède a une valeur égale au poids du volume d'air déplacé, soit V_b ce volume.

$P = m \times g = 1{,}6 \times 10^3 \times 9{,}8 = \mathbf{1{,}6.10^4\ N}$

$\Pi = \mu \times V_b \times g = 1{,}234 \times 4{,}0.10^3 \times 9{,}8 = \mathbf{4{,}8.10^4\ N}$ *penser à convertir μ en kg.m^{-3}*

Si on considère que le système n'est soumis qu'à l'action de ces deux forces de même direction mais de sens opposés, alors on peut dire que le vecteur somme des forces est vertical et orienté vers le haut.
Le vecteur accélération est lui aussi vertical vers le haut, le ballon monte.

Partie B. Chute libre dans la haute atmosphère (stratosphère)

1. Un système est considéré en chute libre si il est soumis uniquement à la force poids. Dans la stratosphère, on constate que l'air est raréfié (masse volumique faible de valeur 1,8 g.m^{-3}). On peut donc considérer que la poussée d'Archimède sera négligeable et que les forces de frottement de l'air seront également négligeables.

B.2.a. Dans un référentiel terrestre supposé Galiléen, on suppose que le sauteur n'est soumis qu'à son poids. En appliquant la deuxième loi de Newton, il vient $\vec{P} = m \times \vec{a}$ ou $\vec{a} = \vec{g}$

Sur un axe vertical Ox, orienté vers le bas et ayant comme origine O, position du centre d'inertie du sauteur à l'instant initial, on obtient :

$a_x = g = \dfrac{dv_x}{dt}$

En intégrant il vient $v_x = g \times t + Cte$ Or à t =0, la vitesse du sauteur est nulle

On a alors $v_x = g \times t$ **(1)** Soit $t = \dfrac{v_x}{g} = \dfrac{1067/3{,}6}{9{,}7} = 30{,}56$ s soit environ **31 s**

B.2.b. En reprenant l'équation (1), on a $v_x = \dfrac{dx}{dt} = g \times t$

En intégrant on a : $x = ½\, g \times t^2 + Cte$ Or à t= 0, le sauteur est au point O donc $x = ½\, g \times t^2$
x représente la distance parcourue par le sauteur, depuis sa position initiale en O.

La hauteur de chute est égale à $x = ½\, g \times \left(\dfrac{v_x}{g}\right)^2 = \dfrac{v_x^2}{2g} = \dfrac{(1067/3{,}6)^2}{2 \times 9{,}7} = 4528$ m soit environ **4,5 km**

L'altitude atteinte $h = h_0 - x = 40 - 4{,}5 =$ **35 km environ**

B.3.c. Les résultats obtenus sont en accord avec ceux du document, l'hypothèse faite est donc justifiée. Le sauteur est en « chute libre ».

PARTIE C. Chute dans la basse atmosphère (troposphère)

C.1. $F = k.v^2$ donc $k = \dfrac{F}{v^2}$ $F = m.a$ donc $[F] = M.L.T^{-2}$

et $[v^2] = [v].[v] = L^2 . T^{-2}$

soit $[k] = \dfrac{M.L.T^{-2}}{L^2.T^{-2}}$ $[k] = M.L^{-1}$ k s'exprime en **kg.m^{-1}**

C.2. Considérons le système {sauteur + équipement} dans un référentiel terrestre supposé galiléen. Les forces qui s'exercent sur ce système sont le poids $\vec{P}$ et les forces de frottement $\vec{f}$ (force verticale dirigée vers le haut). On peut négliger la poussée d'Archimède, compte tenu du faible volume d'air déplacé.

En appliquant la deuxième loi de Newton, on obtient $\vec{P} + \vec{f} = m \times \vec{a}$

Projetons sur un axe vertical orienté vers le bas ayant pour origine le point correspondant à l'altitude h = 10 km : $m.g - k.v^2 = m.a = m.\dfrac{dv}{dt}$

Soit l'équation différentielle : $\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{k}{m}.v^2 = g$

C.3.a. L'équation précédente peut s'écrire $a = (g - \frac{k}{m}.v^2)$,

soit à la date t_n : $a_n = (g - \frac{k}{m} \times v_n^2)$

Or $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{n+1} - v_n}{\Delta t}$ On peut considérer que l'accélération a varie peut durant la durée Δt,

soit $a = a_n$

Il vient : $a_n = (g - \frac{k}{m} \times v_n^2) = \frac{v_{n+1} - v_n}{\Delta t}$

Soit $v_{n+1} = v_n + (g - \frac{k}{m} \times v_n^2) \times \Delta t$

$v_{n+1} = v_n + A - B \times v_n^2$

Avec $A = g \times \Delta t$ s'exprimant en **m.s^{-1}** ($9{,}8 \times 0{,}5 = 4{,}9$)

$B = \frac{k}{m} \times \Delta t$ en **s.m^{-1}** ($0{,}78 \times 0{,}5/200 = 1{,}95.10^{-3}$)

Les valeurs trouvées sont concordantes avec celle de l'énoncé, donc l'hypothèse de négliger la poussée d'Archimède est validée.

C.3.b.

La vitesse limite est atteinte après une durée d'environ 7 s.

Elle vaut environ 50 m.s^{-1} (voir schéma)

$v_{lim} = 50 \times 3{,}6 = 1{,}8.10^2$ km.h^{-1}

La vitesse limite est égale à la vitesse atteinte à l'ouverture du parachute est de 180 km.h^{-1}. Le calcul est donc correct. Michel Fournier peut enfin ouvrir son parachute et se reposer.

v_{lim}

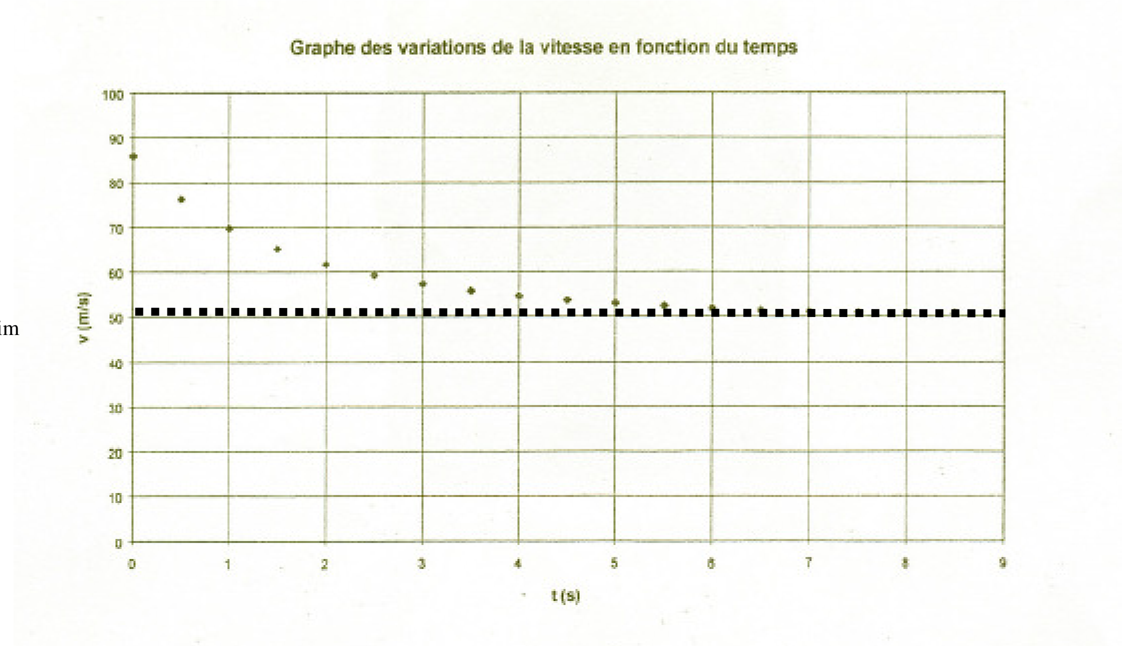

Figure 1

remarque: on peut calculer v_{lim} à partir de l'équation différentielle: $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} \times v^2 = g$

Pour $v = v_{lim}$, alors $a = 0$ donc $0 + \frac{k}{m} \times v_{lim}^2 = g$ $v_{lim} = \sqrt{\frac{g.m}{k}} = \sqrt{\frac{9{,}8 \times 200}{0{,}78}} = 50$ m.s^{-1}