Bac 2004 Afrique	Tir au pigeon d'argile (4 points)	Corrigé

1. Étude du mouvement du pigeon d'argile

1. 1. Expression de l'accélération $\vec{a_P}$ du point matériel M

- Référentiel d'étude : référentiel terrestre, supposé galiléen.
- Système étudié : {point matériel M}
- Bilan des actions extérieures : action de la Terre : le poids $\vec{P} = m.\vec{g}$
- Théorème du centre d'inertie : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{P} = m_P.\vec{a_P} \Leftrightarrow m_P.\vec{g} = m_P.\vec{a_P}$

$$\Leftrightarrow \boxed{\vec{a_P} = \vec{g}}$$

1. 2. Composantes de l'accélération $\vec{a_P}$ dans le repère (Ox, Oy)

Le vecteur accélération $\vec{a_P}$ s'identifie au vecteur champ de pesanteur.

Coordonnées de $\vec{a_P}$: $\boxed{\vec{a_P} : \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}}$

1. 3. Composantes du vecteur vitesse $\vec{v_P}$

Condition initiale : à t = 0 : $\overrightarrow{v_{P\,(t=0)}} = \overrightarrow{v_{P0}}$.

Par définition : $\vec{a_P} = \dfrac{d\vec{v_P}}{dt}$: les coordonnées du vecteur vitesse sont donc des fonctions primitives des coordonnées du vecteur accélération :

Coordonnées de $\vec{v_P}$: $\boxed{\vec{v_P} : \begin{cases} v_{Px}(t) = v_{P0x} = v_{P0}.(\cos\ \alpha) \\ v_{Py}(t) = -g.t + v_{P0y} = -g.t + v_{P0}.(\sin\ \alpha) \end{cases}}$

1. 4. Composantes du vecteur position $\overrightarrow{OM}$

Condition initiale : à t = 0, M est en O : $\overrightarrow{OM_{(t=0)}} = \vec{0}$

Par définition : $\vec{v_P} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$: les coordonnées du vecteur position sont donc des fonctions primitives des coordonnées du vecteur vitesse :

Coordonnées de $\overrightarrow{OM}$: $\boxed{\overrightarrow{OM} : \begin{cases} x_P(t) = v_{P0}.(\cos\ \alpha).t \\ y_P(t) = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.(\sin\ \alpha).t \end{cases}}$

2. Tir réussi

2. 1. Abscisse du point d'impact

La balle suit une trajectoire verticale d'équation $x = x_A = 45$ m.
Le point d'impact appartient à cette droite. Il a nécessairement pour abscisse $x_C = 45$ m.
2. 2. Temps de vol du pigeon

Soit t_C la date à laquelle le pigeon arrive au point d'abscisse x_C.

$$x_p(t_C) = x_C \Leftrightarrow v_{P0}.(\cos\alpha).t_C = x_C \Leftrightarrow \boxed{t_C = \frac{x_C}{v_{P0}.(\cos\alpha)}}$$

A.N. $t_C = \dfrac{45}{30\times\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)}$ s $= \dfrac{45\times\sqrt{2}}{30}$ s , soit $\mathbf{t_C = 2,1}$ **s**

La durée de vol Δt est la durée écoulée entre les instants de date $t = 0$ et $t = t_C$. Ainsi : $\mathbf{\Delta t = 2,1}$ **s**.

2. 3. Les forces s'exerçant sur la balle sont négligées

2. 3. 1. Détermination de la vitesse v_B de la balle.

- Référentiel d'étude : référentiel terrestre, supposé galiléen.
- Système étudié : {point matériel B}
- Les actions extérieures au système sont toutes négligées.
- Deuxième loi de Newton : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} = m.\overrightarrow{a_B} \Leftrightarrow \boxed{\overrightarrow{a_B} = \vec{0}}$

Condition initiale : à $t = 0$: $\overrightarrow{v_{B(t=0)}} = \overrightarrow{v_{B0}}$.

Par définition : $\overrightarrow{a_B} = \dfrac{d\overrightarrow{v_B}}{dt'}$: le vecteur accélération $\overrightarrow{a_B}$ étant nul, le vecteur vitesse $\overrightarrow{v_B}$ est constant.

Le mouvement est donc rectiligne uniforme, il s'effectue selon une trajectoire verticale, à la vitesse constante $v_B = v_{B0} = 500$ m.s^{-1}.

2. 3. 2. Durée de vol de la balle

Le mouvement étant rectiligne uniforme à la vitesse v_{B0}, la distance y_C parcourue pendant l'intervalle de temps $\Delta t'$ est :

$y_C = V_{B0}.\ \Delta t \Leftrightarrow \boxed{\Delta t'_C = \dfrac{y_C}{v_{B0}}}$. A.N. : $\Delta t'_C = \dfrac{22}{500}$ s , soit $\mathbf{\Delta t'_C = 4,4 \times 10^{-2}}$ **s**

2. 4. Comparaison de Δt et de $\Delta t'$ et conclusion

$\dfrac{\Delta t}{\Delta t'} = \dfrac{2,1}{4,4\times10^{-2}} = 48$: $\Delta t' < \Delta t$: la durée de vol de la balle étant très inférieure à celle du pigeon, le tireur peut viser directement le pigeon lorsque celui-ci se trouve à sa verticale. La distance parcourue par le pigeon pendant la durée de vol de la balle est très faible.

Remarque :: en fait, la distance parcourue par le pigeon est loin d'être négligeable (il parcourt en fait horizontalement une distance de 93 cm…)

3. Discussion de l'effet du poids de la balle

3. 1. Composantes du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_B(t')}$

L'étude menée en 2. 3. 1. est reprise, le poids $\overrightarrow{P_B}$ étant la seule force extérieure agissant sur le système {point matériel B}.

La deuxième loi de Newton s'écrit : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{P_B} = m_B.\overrightarrow{a_B} \Leftrightarrow m_B.\vec{g} = m_B.\overrightarrow{a_B} \Leftrightarrow \overrightarrow{a_B} = \vec{g}$

Par intégration, et en tenant compte de la condition initiale, on obtient les coordonnées du vecteur vitesse :

$$\boxed{\overrightarrow{v_B} : \begin{cases} v_{Bx}(t') = 0 \\ v_{By}(t') = -g.t' + v_{B0} \end{cases}}$$

3. 2. Valeur de la vitesse v_{By} au bout d'une durée égale $\Delta t'$

La durée $\Delta t'$ correspond à la durée écoulée entre les instants de date $t' = 0$ et $t' = t'_C$.

$v_{By}(t'_C) = (-\ 10 \times 4{,}4 \times 10^{-2} + 500)\ m.s^{-1}$, soit $v_{By}(t'_C) = 499{,}6\ m.s^{-1}$, ou $v_{By}(t') = 5{,}0 \times 10^{2}\ m.s^{-1}$ avec 2 chiffres significatifs…

La variation de la valeur de la vitesse lorsqu'on tient compte du poids de la balle est négligeable devant la valeur de cette vitesse, qui pourra donc être considérée comme constante pendant la durée $\Delta t'$.