Nouvelle Calédonie 03/2005 Exercice 1. (4 points) Corrigé http://labolycee.org ©

LA TOMOGRAPHIE PAR EMISSION DE POSITONS : UNE TECHNIQUE D'IMAGERIE MEDICALE

1. La désintégration de l'oxygène 15

1.1. Le texte nous dit que l'oxygène 15 **: «** *comporte … huit protons et sept neutrons…* ». Son numéro atomique **Z** (nombre de protons) est donc de **8** et son nombre de masse **A** (nombre de nucléons) est de **15**. Soit ${}^{15}_{8}O$

1.2. ${}^{15}_{8}O \rightarrow {}^{0}_{1}e + {}^{15}_{7}N$

1.3.1. L'énergie de liaison est l'énergie qu'il faut fournir au noyau au repos, dans un référentiel donné, pour le dissocier en nucléons séparés et immobiles. $E_l = \Delta m.c^2$ Δm : défaut de masse correspondant.

1.3.2. $\Delta E_3 = -E_l({}^{15}_{7}N) = -A\times\frac{E_l}{A} = -15 \times 7{,}699 =$ **$-$ 115,5 MeV**

1.3.3. $\Delta E_2 = \Delta m.c^2 = (7\times m_P + 8\times m_n + m_{positon} - 8\times m_P - 7\times m_n).c^2$

$\Delta E_2 = (-m_P + m_n + m_{positon}).c^2$

$= (-1{,}67262\times10^{-27} + 1{,}67492\times10^{-27} + 9{,}109.10^{-31})\times(2{,}998\times10^{8})^2$

$= 2{,}8859\times10^{-13}$ J puis on divise par $1{,}602\times10^{-13}$ pour convertir en MeV

ΔE_2 = 1,8 MeV

1.3.4. $\Delta E_3 = \Delta E - \Delta E_1 - \Delta E_2$ et $\Delta E_3 = -E_l({}^{15}_{7}N)$

$\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3 = \Delta E_1 + \Delta E_2 - A\times\frac{E_l}{A}({}^{15}_{7}N) = 111{,}9 + 1{,}8 - 15 \times 7{,}699$ **= $-$ 1,8 MeV**

2. L'utilisation de l'oxygène 15 en TEP

2.1. Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée nécessaire à la désintégration de la moitié de la quantité de noyaux radioactifs, initialement présents dans l'échantillon.

2.2.1. La loi de décroissance peut s'écrire : $N(t) = N_0\times e^{-\lambda.t}$

Au bout d'une durée égale à $t_{1/2}$ on a $N(t_{1/2}) = N_0/2$ soit $\frac{N_0}{2} = N_0 \times e^{-\lambda.t_{1/2}}$

donc $1/2 = e^{-\lambda t_{1/2}}$ soit $\ln(1/2) = -\lambda\times t_{1/2}$ $\ln 1 - \ln 2 = -\lambda\times t_{1/2}$ $\ln 2 = \lambda\times t_{1/2}$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

2.2.2. $\lambda = \frac{\ln 2}{123}$ = **$5{,}64.10^{-3}$ s^{-1}**

2.3. $N(t_1) = 0{,}05\times N_0 = N_0\times e^{-\lambda.t_1}$ soit $e^{-\lambda.t_1} = 0{,}05$ $\ln(e^{-\lambda.t_1}) = \ln(0{,}05)$

$-\lambda\times t_1 = \ln(0{,}05)$ $t_1 = -\frac{\ln 0{,}05}{\lambda}$ = 532 s soit **t_1 = 9 min**

2.4. D'après le calcul précédent, au bout de t_1 = 9 min, le nombre de noyaux restant est de l'ordre de 5% du nombre de noyaux initialement injectés. Il est alors nécessaire de procéder à une nouvelle injection. Notre calcul de t_1 est cohérent avec le texte qui indique que les injections sont espacées de 8 à 10 min.

3. La détection du rayonnement gamma

3.1. ${}^{0}_{1}e + {}^{0}_{-1}e \rightarrow 2\,{}^{0}_{0}\gamma$

3.2. L'énergie libérée par la réaction sera **:** $E = 2\times m_e\times c^2 = 2\times9{,}109.10^{-31}\times(2{,}998.10^{8})^2 = 1{,}64.10^{-13}$ J
= **1,02 MeV**

L'énergie de chaque photon émis sera de l'ordre de E/2 = **511 keV**, ce qui est en accord avec les données du texte