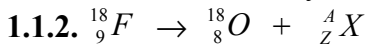


**Métropole 09/2005 Exercice n°2 : A PROPOS DU MARQUAGE ISOTOPIQUE (6,5 points)**  
**CORRECTION**

**1. Marquage isotopique et technique d'imagerie médicale**

**1.1. Désintégration du "fluor 18"**

**1.1.1.** Le numéro atomique du fluor est  $Z = 9$ , il y a donc **9 protons** dans le noyau de fluor. Son nombre de masse est  $A = 18$ , il y a **9 neutrons** ( $A - Z$ ).



conservation du nombre de nucléons:  $18 = 18 + A$ , soit  $A = 0$

conservation de la charge électrique:  $9 = 8 + Z$ , donc  $Z = 1$ .

La particule émise est un positon  ${}^0_1e$ . Il s'agit donc d'une **désintégration  $\beta^+$** .

**1.2. Constante radioactive du "fluor 18"**

**1.2.1.** Le temps de demi-vie radioactive correspond à la durée nécessaire à la désintégration de la moitié d'une population initiale de noyaux radioactifs.

**1.2.2.**  $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$  donc  $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ ,  $\lambda$  est donc homogène à l'inverse d'un temps, elle s'exprimera en  $s^{-1}$

Le texte indique que  $t_{1/2} = 110$  minutes et  $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

$$\lambda = \frac{6,9 \times 10^{-1}}{110 \times 60} = \frac{6,9 \times 10^{-1}}{1,1 \times 6 \times 10^3} = \frac{6,9 \times 10^{-1}}{6,6 \times 10^3} \approx 10^{-4} s^{-1}$$

**1.3. Activité du "fluor 18"**

**1.3.1.**  $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$  où  $N_0$  est le nombre de noyaux initial de fluor.

Dérivons cette relation par rapport à  $t$  :  $A = -\frac{dN}{dt} = -N_0 \frac{d(e^{-\lambda t})}{dt}$

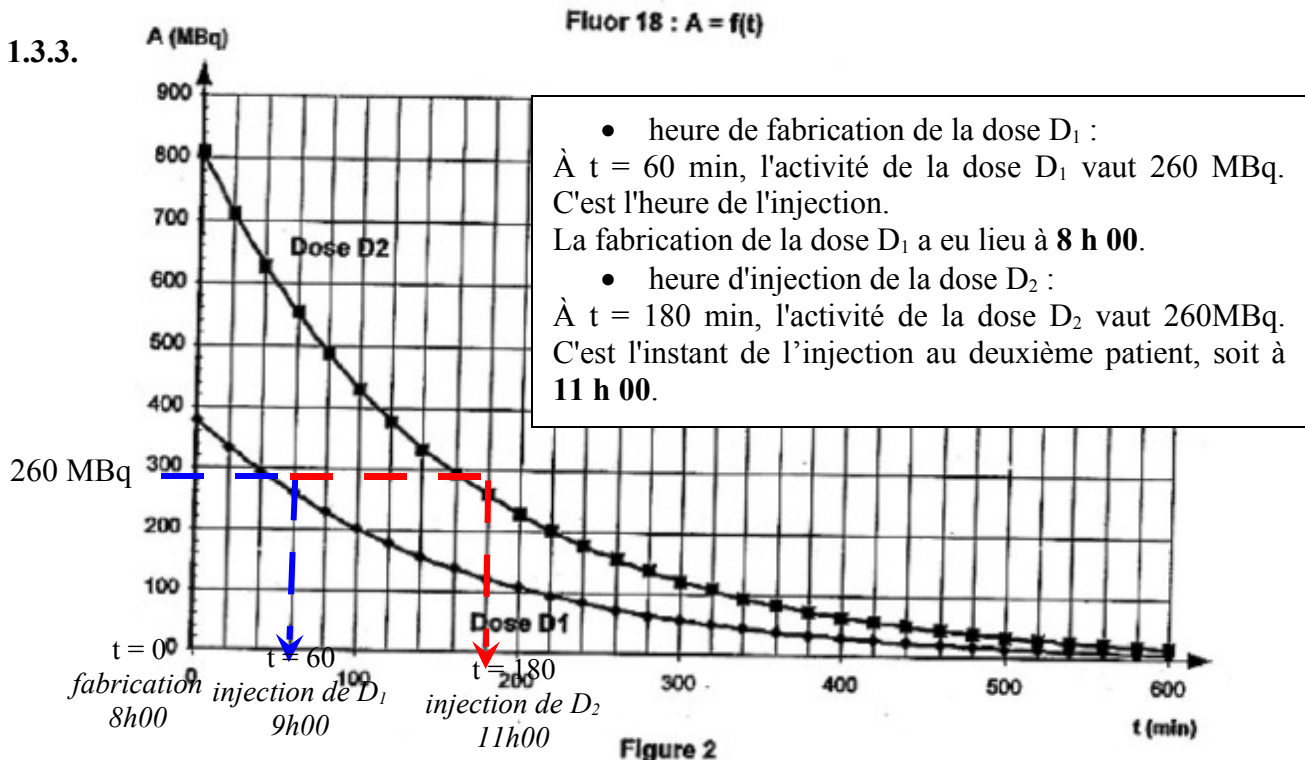
$$A = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad \text{avec } A_0 = \lambda \cdot N_0$$

**1.3.2.**  $N_0 = \frac{A_0}{\lambda}$

$$N_0 = \frac{260 \times 10^6}{1 \times 10^{-4}} = 2,6 \times 10^{12} \text{ noyaux}$$

**1.3.3.**



$$1.3.4. A(t_i) = \frac{A_0}{100}$$

$$A(t_i) = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_i}$$

$$\frac{A_0}{100} = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_i}$$

$$\frac{1}{100} = e^{-\lambda \cdot t_i}$$

$$\ln\left(\frac{1}{100}\right) = -\lambda \cdot t_i$$

$$\ln 1 - \ln 100 = -\lambda \cdot t_i$$

$$\ln 100 = \lambda \cdot t_i$$

$$t_i = \frac{\ln 100}{\lambda}$$

$$t_i = \frac{4,6}{1 \times 10^{-4}} = 4,6 \times 10^4 \text{ s}$$

$$t_i = \frac{4,6 \times 10^4}{3,6 \times 10^3} = 1,3 \times 10^1 = 13 \text{ h}$$

#### 1.4. Méthode d'Euler

1.4.1. D'après l'équation différentielle  $\frac{dA}{dt} + \lambda \cdot A = 0$

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = -\lambda \cdot A$$

$$\text{soit } \Delta A = -\lambda \cdot \Delta t \cdot A$$

D'après la méthode d'Euler:  $A(t_{n+1}) = A(t_n) + \Delta A(t_n)$

$$A(t_{n+1}) = A(t_n) - \lambda \cdot \Delta t \cdot A(t_n)$$

$$\text{soit } A(t_{n+1}) = (1 - \lambda \cdot \Delta t) \cdot A(t_n)$$

1.4.2.  $A(t_1) = (1 - \lambda \cdot \Delta t) \cdot A(t_0)$

$$A(t_1) = (1 - 1 \times 10^{-4} \times 100) \times 800$$

$$A(t_1) = 800 - 1 \times 10^{-2} \times 800$$

$$A(t_1) = 800 - 8 = 792 \text{ MBq à la date } t_1 = 100 \text{ s}$$

$$A(t_2) = (1 - \lambda \cdot \Delta t) \cdot A(t_1)$$

$$A(t_2) = (1 - 1 \times 10^{-4} \times 100) \times 792$$

$$A(t_2) = 792 - 7,92 = 784 \text{ MBq à la date } t_2 = 200 \text{ s.}$$

Ces valeurs correspondent bien à celles lues sur la figure 3.

1.4.3. choix d'un pas de résolution  $\Delta t = 1 \text{ s}$ .

Intérêt: Plus le pas de résolution est petit et plus l'approximation  $\frac{dA}{dt} = \frac{\Delta A}{\Delta t}$  est vraie. Les valeurs de A calculées avec un pas très petit sont proches des valeurs réelles.

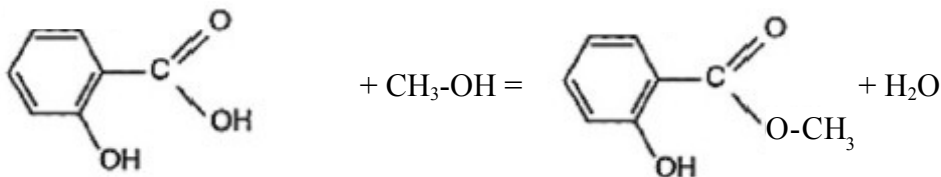
Inconvénient: Pour arriver à la valeur de  $A(t_2 = 200 \text{ s})$ , il sera nécessaire d'effectuer un très grand nombre de calculs répétitifs. Cette méthode devient alors trop fastidieuse. De plus, à chaque calcul, on reprend la valeur précédente en effectuant forcément des arrondis. La valeur finale risque de s'en trouver faussée.

## 2- Utilisation du marquage isotopique en chimie

### 2.1. Synthèse du salicylate de méthyle au laboratoire

2.1.1. Il s'agit d'une réaction d'estérification:

acide salicylique + méthanol = salicylate de méthyle + eau



2.1.2. La réaction d'estérification est **lente** et **limitée**.

2.1.3. L'acide sulfurique joue le rôle de catalyseur. Il augmente la vitesse de réaction, mais ne modifie pas le taux d'avancement final.

2.1.4. De l'eau froide **arrive par le tube 2** dans le réfrigérant à boules, elle **ressort par le tube 1**. Ce montage est appelé **chauffage à reflux**. Le chauffage **accélère la réaction**, le réfrigérant condense les vapeurs issues du mélange réactionnel. Le volume du mélange reste donc constant.

2.1.5. 
$$n = \frac{m}{M}$$

$$n_{\text{acide}} = \frac{69}{138} = \mathbf{0,50 \text{ mol}}$$

$$n_{\text{alcool}} = \frac{32}{32} = \mathbf{1,0 \text{ mol}}$$

Si l'acide salicylique est limitant, il est totalement consommé soit  $n_{\text{acide}} - x_{\text{max}} = 0$ , donc  $x_{\text{max}} = 0,50 \text{ mol}$ .

Si le méthanol est limitant alors  $x_{\text{max}} = 1,0 \text{ mol}$ .

**Le réactif limitant est l'acide salicylique** car il conduit à la valeur de  $x_{\text{max}}$  la plus faible.

En utilisant l'un des réactifs en excès, on favorise la réaction en sens direct. Le rendement de la synthèse est amélioré.

### 2.2. Première approche de la compréhension du mécanisme de la transformation grâce au marquage isotopique.

L'oxygène O\* de l'alcool se retrouve en fin de réaction dans la molécule de salicylate de méthyle.

L'**hypothèse 2** est en accord avec ces observations. Le groupe R-O\* de l'alcool vient substituer le OH présent dans le groupe carboxyle de l'acide.