Nouvelle Calédonie 11/2005 Exercice III. DATATION DES SEISMES EN CALIFORNIE
Correction © http://labolycee.org

1. Radioactivité naturelle du carbone

1.1. ${}^{12}_{6}C$: Z = 6 donc **6 protons** ; A = 12 donc **6 neutrons** (A – Z)

${}^{14}_{6}C$: **6 protons** et **8 neutrons**.

1.2. Deux noyaux sont isotopes s'ils possèdent le même nombre de protons (donc le même numéro atomique Z) mais un nombre de neutrons différent (et donc des nombres A de nucléons différents). Les noyaux ${}^{12}_{6}C$ et le ${}^{14}_{6}C$ répondent à cette définition.

1.3. Le carbone ${}^{14}C$ est un noyau radioactif émetteur β^-, il y a donc libération d'un **électron** lors de sa désintégration : ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$.
On trouve le noyau d'azote en appliquant les **lois de conservation** (conservation de la charge électrique et conservation du nombre de nucléons).

1.4. $E_\ell({}^{14}C) = \Delta m \cdot c^2$ où $\Delta m > 0$ représente le défaut de masse du noyau

$E_\ell({}^{14}C) = \{Z.m_p + (A - Z).m_n - m({}^{14}_{6}C)\} \cdot c^2$

$E_\ell({}^{14}C) = \{6 \times 1{,}672\ 621\times10^{-27} + 8 \times 1{,}674\ 927\times10^{-27} - 2{,}325\ 84\times10^{-26}\} \times (2{,}998\times10^{8})^2$

$E_\ell({}^{14}C) = \mathbf{1{,}589\times10^{-11}\ J}$

1.5. $E_\ell({}^{14}C) / A = \dfrac{1{,}589\times10^{-11}}{14} = \mathbf{1{,}135\times10^{-12}}$ **J/nucléon**

1.6. Énergie libérée par la réaction du 1.3. : ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$

$E_{libérée} = (m_{e^-} + m({}^{14}N) - m({}^{14}C)).c^2$

$E_{libérée} = (9{,}109\ 381\times10^{-31} + 2{,}325\ 27\times10^{-26} - 2{,}325\ 84\times10^{-26}) \times (2{,}998\times10^{8})^2$

$E_{libérée} = \mathbf{-\ 4{,}304 \times 10^{-13}\ J}$
Le milieu extérieur reçoit donc une énergie de $4{,}304 \times 10^{-13}$ J.

Remarque:
Il ne faut pas calculer l'énergie de liaison de ${}^{14}N$ et faire ensuite la variation des énergies de liaison. (la réaction nucléaire n'est pas une fusion, ni une fission)
Voir le fichier http://labolycee.org/2005/2005-11-NelleCaledonie-Exo3-Remarque.doc
ou http://labolycee.org/2005/2005-11-NelleCaledonie-Exo3-Remarque.pdf

2. Datation par le carbone ^{14}C

2.1. $N(t) = N_0.e^{-\lambda.t}$

2.2.1. Le temps de demi-vie d'un échantillon radioactif est la **durée** au bout de laquelle la moitié des noyaux **initialement présents** se sont désintégrés.

2.2.2. Par définition à $t = t_{1/2}$, on a $N(t_{1/2}) = N_0/2$

En utilisant la loi de décroissance radioactive on a $N(t_{1/2}) = N_0.e^{-\lambda.t_{1/2}} = N_0/2$

en simplifiant par N_0 : $e^{-\lambda.t_{1/2}} = \frac{1}{2}$

on élimine l'exponentielle en passant au logarithme népérien: $-\lambda.t_{1/2} = \ln\frac{1}{2}$

en utilisant la propriété du logarithme $\ln\frac{a}{b} = \ln a - \ln b$, et sachant que $\ln 1 = 0$, on obtient $-\lambda.t_{1/2} = -\ln 2$

soit finalement $\boxed{t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}}$

2.2.3. $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ $\lambda = \frac{\ln 2}{5,70\times10^3}$ = $\mathbf{1,22\times10^{-4}\ an^{-1}}$

2.3.1. L'activité correspond au nombre de désintégrations par seconde, elle s'exprime en becquerel (Bq).

2.3.2. $\frac{A(t)}{A_0} = \frac{\lambda\times N(t)}{\lambda\times N_0} = \frac{N(t)}{N_0}$

D'autre part $N(t) = N_0.e^{-\lambda.t}$ soit $\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda.t}$

D'où $\frac{A(t)}{A_0} = \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda.t}$

3. La faille de San Andreas

3.1. $\frac{A(t)}{A_0} = e^{-\lambda.t}$ soit $\ln\frac{A(t)}{A_0} = \ln(e^{-\lambda.t}) = -\lambda.t$ Soit $\ln\frac{A_0}{A(t)} = \lambda.t$

D'où $t_3 = \frac{1}{\lambda}.\ln\frac{A_0}{A(t_3)}$

$t_3 = \frac{1}{1,22\times10^{-4}}\ln\frac{0,255}{0,223} = 1099$ ans

ou $t_3 = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}.\ln\frac{A_0}{A(t_3)}$ + *rigoureux*

$t_3 = \frac{5,70\times10^3}{\ln 2}\times\ln\frac{0,255}{0,223} = 1103$ ans

donc ne conservons que trois chiffres significatifs $\mathbf{t_3 = 1,10\times10^3}$ **ans**

3.2. L'année au cours de laquelle a eu lieu le séisme correspond à $1989 - 1,10\times10^3 = 8,90\times10^2$.
Le séisme a eu lieu environ en l'an 890. Cette méthode de datation ne permet pas de donner une date précise à un an près.

3.3. Plus l'échantillon est ancien et plus son activité est faible. Donc l'échantillon 2, d'activité plus faible, correspond à l'an 586 et l'échantillon 1 correspond à l'an 1247.