

A – CHUTE LIBRE

A.1. Considérons comme système le grêlon dans un référentiel terrestre (supposé galiléen) en chute libre. Il n'est soumis qu'à son poids.

$$\begin{aligned} \text{Appliquons la deuxième loi de Newton : } \vec{P} &= m \times \vec{a} \\ \text{ou } m \times \vec{g}_o &= m \times \vec{a} \\ \text{soit } \vec{g}_o &= \vec{a} \end{aligned}$$

Par projection sur l'axe Oz vertical, il vient $\mathbf{a}_z = \mathbf{g}_o$

$$\text{Or } a_z = \frac{dv_z}{dt} \text{ par intégration on obtient } v_z = g_o \times t + v_{0z}.$$

Le grêlon tombe sans vitesse initiale, soit $v_{0z} = 0 \text{ m.s}^{-1}$ donc : $\mathbf{v}_z = \mathbf{g}_o \times \mathbf{t}$

$$\text{D'autre part } v_z = \frac{dz}{dt} \text{ par intégration on a : } z = \frac{1}{2} g_o \times t^2 + z_0.$$

Or à $t = 0 \text{ s}$, le grêlon est en O, donc $z_0 = 0 \text{ m}$ d'où : $\mathbf{z} = \frac{1}{2} \mathbf{g}_o \times \mathbf{t}^2$

A.2. Quand le grêlon atteint le sol, alors $z = h = 1500 \text{ m}$, exprimons la date t d'arrivée au sol :

$$h = \frac{1}{2} g_o \times t^2 \quad \text{soit } t = \sqrt{\frac{2h}{g_o}}$$

remplaçons t par son expression pour trouver la vitesse de chute : $v_h = g_o \cdot t = g_o \sqrt{\frac{2h}{g_o}}$

$$v_h = \sqrt{2h \times g_o} = \sqrt{2 \times 9,80 \times 1500} = \mathbf{171 \text{ m.s}^{-1}} = 617 \text{ km.h}^{-1}$$

Dans le texte, on nous dit que la vitesse d'un grêlon au sol peut atteindre 160 km/h, la valeur obtenue avec ce modèle de chute libre, n'est **pas vraisemblable**.

B – CHUTE REELLE

$$\mathbf{B.1.} [K] = \frac{[F]}{[v^2]} \quad \text{Or } F = m \cdot a \text{ en } \text{kg.m.s}^{-2} \quad \text{et } v \text{ en } \text{m.s}^{-1}$$

$$\text{D'où } [K] = \frac{\text{M.L.T}^{-2}}{\text{L}^2.\text{T}^{-2}} = \text{M.L}^{-1} \quad K \text{ s'exprime en } \mathbf{\text{kg.m}^{-1}}$$

$$\mathbf{B.2.} F_A = \rho \times V \times g_o = \rho \times \frac{4}{3} \pi \times r^3 \times g_o$$

$$F_A = \frac{4}{3} \pi \times \left(\frac{3,0}{2} \cdot 10^{-2} \right)^3 \times 1,3 \times 9,80 = \mathbf{1,8 \cdot 10^{-4} \text{ N}}$$

$$\mathbf{P} = m \times g_o = 13 \cdot 10^{-3} \times 9,80 = \mathbf{0,13 \text{ N}}$$

Le poids du grêlon est environ 700 fois plus élevé que la poussée d'Archimède, on peut donc négliger celle-ci devant le poids.

B.3.a. Appliquons la deuxième loi de Newton au grêlon, dans un référentiel terrestre (supposé galiléen). Le grêlon est soumis à son poids et à la force de frottement fluide :

$$\vec{P} + \vec{F} = m \times \vec{a} \quad \begin{array}{l} \text{le poids est vertical dirigé vers le bas} \\ \text{la force de frottement est verticale dirigée vers le haut,} \end{array}$$

En projetant sur l'axe Oz vertical et dirigé vers le bas il vient : $\mathbf{P} - \mathbf{F} = m \times \mathbf{a}_z$

$$\text{Soit : } m \times \frac{dv}{dt} = m \times g_o - K \times v^2$$

ou $\frac{dv}{dt} = g_0 - \frac{K}{m} \times v^2$ L'équation différentielle obtenue est bien de la forme $\frac{dv}{dt} = A - B.v^2$

avec $A = g_0$ et $B = K / m$

B.3.b. $a_i = A - B \times v_i^2$ $a_4 = A - B \times v_4^2 = 9,80 - 1,56 \cdot 10^{-2} \times 17,2^2 = 5,18 \text{ m.s}^{-2}$
 $v_{i+1} = v_i + a_i \times \Delta t$ $v_5 = v_4 + a_4 \times \Delta t = 17,2 + 5,18 \times 0,5 = 19,8 \text{ m.s}^{-1}$

B.3.c. Quand la vitesse limite est atteinte alors celle-ci est constante et $\frac{dv}{dt} = 0$

$$A - B \times v_{\text{lim}}^2 = 0 \quad v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{9,80}{1,56 \times 10^{-2}}} = 25 \text{ m.s}^{-1}$$

B.3.d. On trace l'asymptote à la courbe :

