EXERCICE II. CONTRÔLER LA FUSION NUCLÉAIRE (5,5 points)
2007-03 Nouvelle Calédonie (session 2006) Correction http://labolycee.org ©

1. Le tritium

$${}^{A}_{Z}Y + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{3}_{1}H$$

conservation du nombre de nucléons : $A + 1 = 4 + 3 \Leftrightarrow$ **A = 6**
conservation du nombre de charges : $Z + 0 = 2 + 1 \Leftrightarrow$ **Z = 3**

Le noyau Y est donc : ${}^{6}_{3}Y$.

Comme Z = 3 il s'agit donc du **noyau de lithium 6 :** ${}^{6}_{3}Li$ qui contient 3 protons et 3 neutrons.

2. Le noyau de deutérium

2.1. Le noyau de deutérium ${}^{2}_{1}H$ est composé d'un proton (Z = 1) et d'un neutron (A – Z = 1)

2.2. *Le deutérium et le tritium sont des isotopes.*

Deux noyaux sont **isotopes** s'ils ont **même nombre de protons** mais des **nombres de neutrons différents**.

Le noyau de deutérium ${}^{2}_{1}H$ et le noyau de tritium ${}^{3}_{1}H$ ont tous les deux 1 proton mais diffèrent par leur nombre de neutrons (1 pour ${}^{2}_{1}H$ et deux pour ${}^{3}_{1}H$) : ce sont donc des noyaux isotopes.

2.3. Expression littérale et valeur du défaut de masse du noyau de deutérium :

$\Delta m = (Z.m(p) + (A–Z).m(n)) – m_X$ où m_X est la masse du noyau, le défaut de masse est positif.

$\boldsymbol{\Delta m}({}^{2}_{1}H) = m(p) + m(n) – m({}^{2}_{1}H)$

$\boldsymbol{\Delta m}({}^{2}_{1}H) = 1,672622 \times 10^{-27} + 1,674927 \times 10^{-27} – 3,344497 \times 10^{-27}$

$\boldsymbol{\Delta m}({}^{2}_{1}H) = \mathbf{3,052 \times 10^{-30}}$ **kg.**

2.4. Énergie $E({}^{2}_{1}H)$ correspondant à ce défaut de masse : $E({}^{2}_{1}H) = \mathbf{\Delta m({}^{2}_{1}H).c^2}$

$E({}^{2}_{1}H) = 3,052 \times 10^{-30} \times (3,00 \times 10^{8})^2$

$E({}^{2}_{1}H) = \mathbf{2,75 \times 10^{-13}}$ **J**

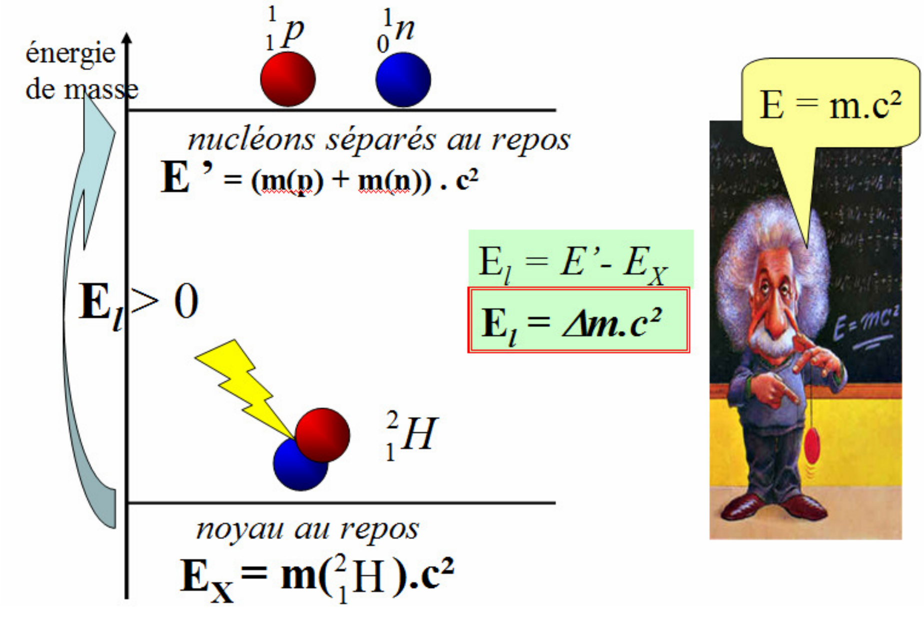
Conversion en électronvolts : 1 eV = $1,60 \times 10^{-19}$ J soit 1 MeV = $1,60 \times 10^{-13}$ J

$E({}^{2}_{1}H) = 2,75 \times 10^{-13} / 1,60 \times 10^{-13}$

$E({}^{2}_{1}H) =$ **1,72 MeV**

Signification physique :

L'énergie associée à ce défaut de masse correspond à l'énergie de liaison du noyau. C'est l'énergie qu'il faudrait fournir au noyau pour le dissocier en ses nucléons séparés au repos. (comptée positivement car reçue par le système noyau)



3. Étude de la réaction de fusion $_1^2H + _1^3H \rightarrow _2^4He + _0^1n \quad (1)$

Expression littérale de l'énergie libérée par cette réaction de fusion :

$E_{lib} = [\ m(_2^4He) + m(n) - m(_1^2H) - m(_1^3H)\ ]\ .\ c^2$

$E_{lib} = [\ 6{,}646483\times10^{-27} + 1{,}674927\times10^{-27} - 3{,}344497\times10^{-27} - 5{,}008271\times10^{-27}] \times (3{,}00\times10^8)^2$

$E_{lib} = -\ 2{,}82 \times 10^{-12}$ J

E_{lib} = – 17,6 MeV (1 MeV = $1{,}60 \times 10^{-13}$ J)

Cette énergie est négative car elle est libérée lors de la réaction de fusion.
Ce résultat est cohérent avec la suite de l'énoncé, lire le 4. !!!

4. Ressources en deutérium.

4.1.1. La masse d'un noyau de deutérium est $m(_1^2H) = 3{,}344497 \times 10^{-27}$ *kg* donc dans m = 1,0 kg de deutérium le nombre N de noyaux est : $\mathbf{N} = \dfrac{m}{m(_1^2H)}$

$N = \dfrac{1{,}0}{3{,}3444497\times10^{-27}}$ = **$3{,}0\times10^{26}$ noyaux de deutérium**

4.1.2. énergie *E* libérée par une masse *m* = 1,0 kg de deutérium *(fusionnant avec du tritium introduit en proportions stœchiométriques suivant la réaction (1) ??)* :
On utilise les données de la partie 4, plutôt que de reprendre le résultat obtenu en 3. (les différentes parties sont indépendantes).
La réaction (1) a lieu autant de fois qu'il y a de noyaux de deutérium $E = N \times E_{lib}$

$E = 3{,}0 \times 10^{26} \times (-17{,}6) = -5{,}3\times10^{27}$ MeV *calcul avec N non arrondi*

$E = -5{,}3\times10^{27} \times 1{,}60\times10^{-13} =$ **$-\ 8{,}4 \times 10^{14}$ J** *conversion avec E en MeV non arrondie*

E < 0 car cédée au milieu extérieur

On peut aussi dire que l'on (observateur extérieur) récupère $8{,}4\times10^{14}$J.

4.2. Énergie libérée par la fusion de $4{,}6 \times 10^{13}$ tonnes = $4{,}6 \times 10^{16}$ kg de deutérium :

$E'_{lib} = 4{,}6 \times 10^{16} \times E = 4{,}6 \times 10^{16} \times -8{,}4 \times 10^{14} = -\ 3{,}9 \times 10^{31}$ J

On obtiendrait donc $3{,}9\times10^{31}$ J d'énergie.

En tenant compte du taux de conversion de 33 %, l'énergie électrique obtenue est :

$E_{elc} = E'_{lib} \times 0{,}33 = 3{,}9 \times 10^{31} \times 0{,}33 = 1{,}3 \times 10^{31}$ J

La durée Δt nécessaire pour épuiser la réserve de deutérium disponible dans les océans répondant à la consommation annuelle actuelle est alors :

1 an $\Leftrightarrow$ 4×10^{20} J

Δt ans $\Leftrightarrow$ $1{,}3 \times 10^{31}$ J

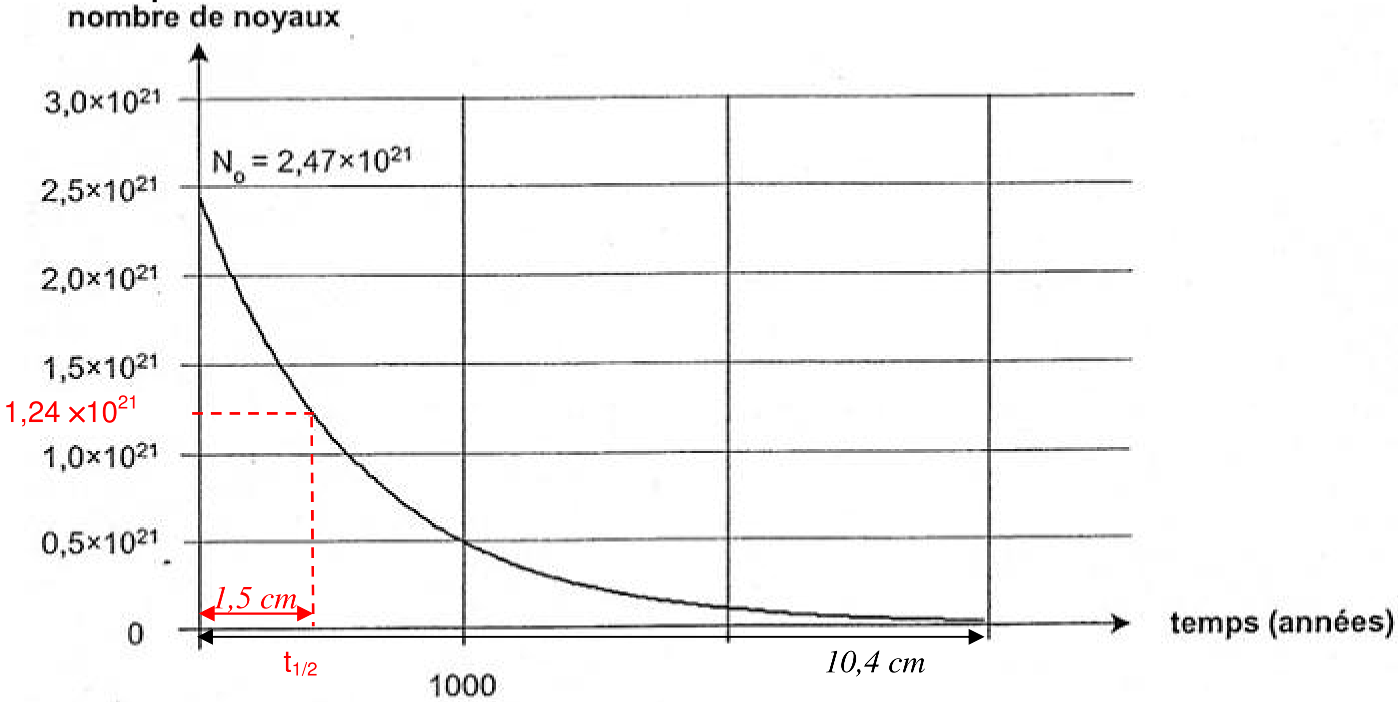
$\Delta t = \dfrac{1{,}3\times10^{31}}{4\times10^{20}}$ = **3×10^{10} ans**

Résolution tout en littéral : déconseillée ici car un peu difficile
soit M = $4{,}6 \times 10^{13}$ tonnes = $4{,}6 \times 10^{16}$ kg de deutérium, soit $\eta = 0{,}33$ le rendement, soit E l'énergie libérée par la fusion d'un kilogramme de deutérium (comptée ici positivement), soit Δt la durée pour épuiser la réserve de deutérium, soit E_{1an} la consommation annuelle = 4×10^{20} J.

$$\Delta t = \frac{M.E.\eta}{E_{1an}}$$

$$\Delta t = \frac{4{,}6\times10^{16}\times8{,}4\times10^{14}\times0{,}33}{4\times10^{20}} = 3\times10^{10} \text{ ans}$$

5. Le temps de demi-vie de déchets



5.1. Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ de l'« américium 241 » est la durée pour laquelle le nombre initial de noyaux N_0 est divisé par 2 : $N(t=t_{1/2}) = N_0 / 2$

5.2. Sur la courbe on trace la droite horizontale $N = N_0 / 2 = 2,47 \times 20^{21} / 2 = 1,24 \times 10^{21}$ (en rouge) qui coupe le graphe en un point dont l'abscisse est $t_{1/2}$.
Graphiquement :

10,4 cm $\Leftrightarrow$ 3000 ans
1,5 cm $\Leftrightarrow$ $t_{1/2}$

$t_{1/2}$ = 1,5 × 3000 / 10,4 = **$4,3\times10^2$ ans**

Remarque : on peut vérifier l'ordre de grandeur de cette valeur à partir de la valeur de λ donnée dans le texte: $t_{1/2} = \ln(2) / \lambda$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{5,1\times10^{-11}} = 1,4\times10^{10}\,s = \frac{1,4\times10^{10}}{(365,25\times24\times3600)} \text{ ans} = 4,3\times10^2 \text{ ans}$$

5.3. *L'« américium 241 » se désintègre suivant la réaction :* $^{241}_{95}Am \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{237}_{93}Np$

Il s'agit d'une radioactivité **de type α** car un des noyaux fils formés est un noyau d'hélium $^{4}_{2}He$ appelé particule α.

5.4.1. D'après l'énoncé $A = \lambda.N$ et $N = N_0.e^{-\lambda.t}$ donc $A = \lambda.N_0.e^{-\lambda.t}$.

$$e^{-\lambda.t_1} = \frac{A(t_1)}{\lambda.N_0}$$

$$e^{\lambda.t_1} = \frac{\lambda.N_0}{A(t_1)}$$

$$\lambda.t_1 = \ln \frac{\lambda.N_0}{A(t_1)}$$

$$\boxed{t_1 = \frac{1}{\lambda}.\ln \frac{\lambda.N_0}{A(t_1)}}$$

$$t_1 = \frac{1}{5,1\times10^{-11}} \times \ln \frac{5,1\times10^{-11}\times2,47\times10^{21}}{3,7\times10^{3}} = 3,4\times10^{11} \text{ s} = \frac{3,4\times10^{11}}{(365,25\times24\times3600)} \text{ ans} = \mathbf{1,1\times10^4 \text{ ans}}$$

Valeur cohérente avec l'ordre de grandeur donné à la question suivante.

5.4.2. Il faut donc attendre 10^4 ans pour avoir des déchets de faible activité avec la fission alors qu'avec la fusion cette attente est réduite à 100 ans (voir encadré en début d'énoncé) soit une **durée 100 fois plus petite**.