# EXERCICE III : DES LOIS DE KEPLER À L'ÉTUDE D'UN ASTÉROÏDE… (4 points)

**1. En hommage à Kepler**

**1.1. Planètes en orbite elliptique**

**1.1.1. (0,25)** D'après la première loi de Kepler (loi des orbites), dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre d'une planète est une ellipse dont le centre du Soleil est l'un des foyers. La figure 10 montre bien le **Soleil confondu avec le foyer $F_1$**.

**1.1.2. (0,25)** D'après la deuxième loi de Kepler (loi des aires), le rayon vecteur $\overrightarrow{SM}$ balaie des surfaces égales pendant des durées égales. L'**aire $A_1$ est égale à l'aire $A_2$**.

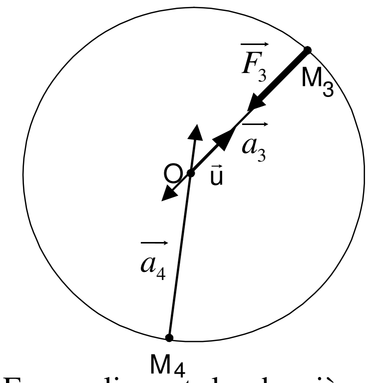
**1.1.3. (0,25)** Vitesse moyenne entre $M_2$ et $M'_2$ : $v_2 = \dfrac{M_2M'_2}{\Delta t}$

Vitesse moyenne entre $M_1$ et $M'_1$ : $v_1 = \dfrac{M_1M'_1}{\Delta t}$.

La distance $M_1M'_1$ est plus petite que la distance $M_2M'_2$, or ces distances sont parcourues pendant la même durée $\Delta t$. Donc $v_1 < v_2$, la vitesse moyenne entre les points $M_1$ et $M'_1$ est **inférieure** à celle entre les points $M_2$ et $M'_2$.

**1.2. Planètes en orbite circulaire**

**1.2.1. (0,25)**




*force de gravitation $\overrightarrow{F_3}$ exercée par le Soleil sur une planète quelconque du système solaire de masse m dont le centre d'inertie est situé au point $M_3$.*

point d'application : $M_3$

direction : $(OM_3)$

sens : de $M_3$ vers O

**1.2.2. (0,25)**

$$\boxed{\overrightarrow{F_3} = -G.\frac{m.M_S}{r^2}\vec{u}}$$

**1.2.3. (0,25)** En appliquant la deuxième loi de Newton au système {planète}, dans le référentiel héliocentrique considéré galiléen, la seule force exercée sur la planète étant $\overrightarrow{F_3}$ : $\overrightarrow{F_3} = m.\overrightarrow{a_3}$

$$-G.\frac{m.M_S}{r^2}\vec{u} = m.\overrightarrow{a_3}$$

**(0,25)** $\boxed{\overrightarrow{a_3} = -G.\dfrac{M_S}{r^2}\vec{u}}$

**1.2.4. (0,25)** $\overrightarrow{a_3}$ et $\overrightarrow{a_4}$ sont des vecteurs de même valeur car G et $M_S$ sont constantes, de plus $r = OM_3 = OM_4$. Voir figure ci-dessus.

**1.2.5. (0,25)** Le vecteur accélération est radial (porté par le rayon r), centripète (de sens planète vers Soleil), de valeur constante donc le mouvement est circulaire uniforme.

**1.2.6. (0,25)** La courbe représentative de $T^2$ en fonction de $r^3$ est une droite passant par l'origine. Donc $T^2$ est proportionnelle à $r^3$. En accord avec la troisième loi de Kepler qui indique $\dfrac{T^2}{r^3} = k$ avec k constante.

**1.2.7. (0,25)** On prend le point, sur la droite, de coordonnées ($r^3 = 4{,}0\times10^{35}$ m$^3$ ; $T^2 = 1{,}2\times10^{17}$ s²).

$\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{1{,}2\times10^{17}}{4{,}0\times10^{35}}$ **$= 3{,}0\times10^{-19}$ s².m$^{-3}$ résultat en accord avec la valeur donnée**.

**1.2.8. (0,25)** T = 6,521 ans à convertir en s.

$\dfrac{T^2}{r^3} = 3{,}0\times10^{-19}$ donc $r = \left(\dfrac{T^2}{3{,}0\times10^{-19}}\right)^{1/3}$

r = $\left(\dfrac{T^2}{3,0\times10^{-19}}\right)^{1/3} = \left(\dfrac{(6,521\times365\times24\times3600)^2}{3,0\times10^{-19}}\right)^{1/3}$ = **$5,2\times10^{11}$ m** séparent les centres du Soleil et de Rhea.

**2. La troisième loi de Kepler comme balance cosmique…**

**2.1. (0,25)** $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\cdot M}$ T période de révolution du satellite autour de Rhea Sylvia, en s,

r distance entre le centre du satellite et le centre de Rhea Sylvia, en m,

M masse de Rhea Sylvia, en kg,

**(0,25)** G constante de gravitation universelle : $G = \dfrac{4\pi^2.r^3}{T^2\cdot M}$ G s'exprime **en $m^3.s^{-2}.kg^{-1}$**

**2.2.** Utilisons les données relatives à Romulus : T = 87,6 h à convertir en s et r = 1360 km à convertir en m.

$\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\cdot M}$

**(0,25)**donc $\boxed{M = \dfrac{4\pi^2.r^3}{G\cdot T^2}}$.

M = $\dfrac{4\pi^2\times(1360\times10^3)^3}{6,67\times10^{-11}\times(87,6\times3600)^2}$

**(0,25)**M = $1,497\times10^{19}$ kg = **$1,50\times10^{19}$ kg masse de Rhea Sylvia**.