Réunion 2007 Exercice 3 : Radioactivité et datation au carbone 14 (4 points)
Calculatrice interdite **Correction © http://labolycee.org**

1. Équation de désintégration nucléaire, diagramme (Z, N)

1.1. **La radioactivité α** n'a pas été évoquée dans le texte, la particule α émise est un noyau d' d'hélium ${}^{4}_{2}He$ comprenant **2 protons** (Z = 2) et **2 neutrons** (A-Z = 4 – 2 = 2).

1.2. La zone grisée dans le diagramme (Z, N) est la "**vallée de stabilité**" . Elle correspond à la zone dans laquelle **les noyaux sont stables :** ils ne se désintègrent pas.

${}^{148}_{62}\mathrm{Sm}$		${}^{148}_{60}\mathrm{Nd}$
${}^{147}_{62}\mathrm{Sm}$		
		${}^{146}_{60}\mathrm{Nd}$
		${}^{145}_{60}\mathrm{Nd}$
${}^{144}_{62}\mathrm{Sm}$		${}^{144}_{60}\mathrm{Nd}$
		${}^{143}_{60}\mathrm{Nd}$

1.3.1 En appliquant les lois de conservations sur le nombre de nucléons (A) et le numéro atomique (Z) lors d'une réaction nucléaire, on a :

$${}^{148}_{62}Sm \rightarrow {}^{144}_{60}Nd + {}^{A}_{Z}X$$

avec conservation du nombre de nucléons A : $148 = 144 + A \Leftrightarrow A = 4$

conservation du nombre de charge Z : $62 = 60 + Z \Leftrightarrow Z = 2$

La particule émise est un **noyau d'hélium :** ${}^{4}_{2}He$

1.3.2 Il s'agit donc d'une **radioactivité de type alpha α.**

2. Formation du carbone 14 dans la haute atmosphère

2.1 L'azote 14 et le carbone 14 **ne sont pas isotopes** car ils n'ont pas le même numéro atomique Z, (Z(C) = 6 tandis que Z(N) = 7).

2.2 Lois de conservation pour la réaction nucléaire: ${}^{14}_{7}N + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{1}_{1}p$

Conservation du nombre de nucléons A : $14 + 1 = A + 1 \Leftrightarrow$ **A = 14**

Conservation du nombre de charge Z : $7 + 0 = Z + 1 \Leftrightarrow$ **Z = 6**

La particule ${}^{A}_{Z}X$ est bien du carbone 14 : ${}^{14}_{6}C$.

3. Décroissance du carbone 14

3.1 λ est la **constante radioactive** caractéristique de chaque nucléide.

3.2.1 La demi-vie ou période $t_{1/2}$ du carbone 14 est la durée au bout de laquelle la population initiale de noyaux de carbone 14 est divisée par 2.

3.2.2 Définition de $t_{1/2}$: $N(t_{1/2}) = N_0 / 2$

Loi de décroissance : $N(t_{1/2}) = N_0 \times e^{-\lambda . t_{1/2}}$

Par identification : $\frac{1}{2} = e^{-\lambda . t_{1/2}} \Leftrightarrow 2 = e^{\lambda . t_{1/2}} \Leftrightarrow \ln 2 = \lambda . t_{1/2}$

Finalement $\boxed{\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}}$

3.2.3 analyse dimensionnelle: $[\lambda] = \dfrac{1}{[t_{1/2}]} = \dfrac{1}{T}$

donc λ est homogène à l'inverse d'un temps, **λ s'exprime en s^{-1}**.

3.3 L'énoncé indique que $\Delta N = -\lambda.N.\Delta t$ et que l'activité A d'un échantillon radioactif est le nombre de désintégrations par seconde.

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda.N$$

En prenant Δt = 1s, alors $\Delta N = -$ A. (exemple : 1 noyau désintégré en 1 seconde, alors $N_{final} - N_{initial} = -1 = \Delta N$ tandis que A = 1)

Finalement $A = \lambda.N$

3.4 A = 13,5 désintégrations par minute donc $A = \frac{13,5}{60}$ en Bq.

D'après 3.3. on a $N = \frac{A}{\lambda}$ et d'après 3.2.2. on a $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$,

donc $\boxed{N = A.\frac{t_{1/2}}{\ln 2}}$ relation pour laquelle A est exprimé en Bq et $t_{1/2}$ en s.

Application numérique : $t_{1/2}$ = 5730 ans = $5730 \times (60 \times 5{,}26\times10^5)$ s

$$N = \frac{13,5}{60}\times\frac{5730\times60\times5,26\times10^5}{\ln 2} = \frac{5730}{\ln 2}\times\left(13,5\times5,26\times10^5\right) = 8267 \times \left(13,5\times5,26\times10^5\right)$$

$N = 5{,}88 \times 10^{10}$ atomes de carbone 14 dans 1 g de carbone.

4. Datation au carbone 14

4.1. On a $A = A_0 \times e^{-\lambda t}$ $\Leftrightarrow$ $\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda.t}$ $\Leftrightarrow$ $\frac{A_0}{A} = e^{\lambda.t}$ $\Leftrightarrow$ $\lambda.t = \ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$

Et comme $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ il vient:

$\frac{\ln 2}{t_{1/2}}.t = \ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$ Finalement: $\boxed{t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}.\ln\left(\frac{A_0}{A}\right)}$

4.2 Application numérique : $\boldsymbol{t} = \frac{5730}{\ln 2}.\ln\left(\frac{13,5}{6,68}\right)$ = ***5816 ans.***