EXERCICE II. À PROPOS DES SOUS-MARINS (5,5 points)
Nouvelle Calédonie 11/2008 Correction © http://labolycee.org

1. Étude de la plongée d'un bathyscaphe

1.1. *Le bathyscaphe est complètement immergé mais ne plonge pas encore.*

1.1.1. La valeur de la poussée d'Archimède est égale au poids du fluide déplacé.

$F_A = m_{eau}.g = \boldsymbol{\rho_E.V.g}$

$F_A = 1{,}03.10^3 \times 194 \times 9{,}8 = 1{,}96\times10^6 = \mathbf{2{,}0\times10^6\ N}$

1.1.2. Poids du bathyscaphe : **P = M.g**

$P = 200\times10^3\times9{,}8 = 1{,}96\times10^6 = \mathbf{2{,}0\times10^6\ N}$.

$P = F_A$, et ces forces possèdent même direction mais des sens opposés, ainsi les forces subies par le bathyscaphe se compensent. D'après le principe d'inertie, dans le référentiel terrestre, le bathyscaphe est immobile (*le texte indiquant qu'il ne plonge pas encore, on élimine la possibilité de mouvement rectiligne uniforme*).

1.2.1. D'après 1.1.1. $F_A = \rho_E.V.g$; or ρ_E, V et g restent constantes donc la valeur de la poussée d'Archimède n'est pas modifiée.

1.2.2. La variation de masse est due au remplacement d'un volume V'_L du liquide « L » par un même volume $V'_E = V'_L$ d'eau de mer.

$\Delta M = m_{eau\ mer} - m_{liquide\ L} = \rho_E.V'_E - \rho_L.V'_L = \mathbf{V'_E.(\rho_E - \rho_L)}$

$\Delta M = 2{,}0\times(1{,}03\times10^3 - 0{,}66\times10^3)$

$\mathbf{\Delta M = 7{,}4\times10^2\ kg}$

Le bathyscaphe s'alourdit de $7{,}4\times10^2$ kg.

1.2.3. La masse du bathyscaphe étant dorénavant plus élevée, la valeur de la force poids est devenue supérieure à celle de la poussée d'Archimède. $P > F_A$, le bathyscaphe descend.

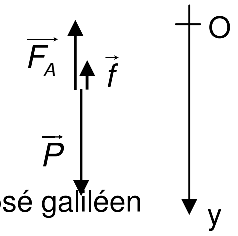
1.3. Plongée du bathyscaphe.

1.3.1. Bilan des forces exercées sur le bathyscaphe quand il descend :

Poids $\vec{P}$

Poussée d'Archimède $\vec{F_A}$

Force de frottement exercée par l'eau de mer $\vec{f}$



1.3.2. Système : bathyscaphe Référentiel : sol , référentiel terrestre supposé galiléen

D'après la deuxième loi de Newton : $\Sigma\vec{F_{ext}} = M'.\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{F_A} + \vec{f} = M'.\vec{a}$

Par projection suivant l'axe Oy : $P_y + F_{Ay} + f_y = M'.\dfrac{dv_y}{dt}$

$$M'.g - \rho_E.V.g - k.v^2 = M'.\frac{dv}{dt}$$

$$g - \frac{\rho_E.V.g}{M'} - \frac{k}{M'}.v^2 = \frac{dv}{dt}$$

$$\boxed{g.(1 - \frac{\rho_E.V}{M'}) - \frac{k}{M'}.v^2 = \frac{dv}{dt}}$$

1.3.3.a. Lorsque la vitesse limite est atteinte, le mouvement est rectiligne uniforme alors $\dfrac{dv}{dt} = 0$.

L'équation différentielle donne $g.(1 - \dfrac{\rho_E.V}{M'}) - \dfrac{k}{M'}.v_{lim}^2 = 0$

$$\frac{k}{M'}.v_{lim}^2 = g.(1 - \frac{\rho_E.V}{M'})$$

$$v_{lim}^2 = \frac{M'}{k}.g.\ (1 - \frac{\rho_E.V}{M'})$$

$$\boxed{v_{lim} = \sqrt{\frac{M'}{k}.g.\left(1 - \frac{\rho_E.V}{M'}\right)}}$$

1.3.3.b. $v_{lim}^2 = \frac{M'}{k}.g.(1 - \frac{\rho_E.V}{M'})$ donc $\boxed{k = \frac{M'}{v_{lim}^2}.g.(1 - \frac{\rho_E.V}{M'})}$

$$k = \frac{200,74\times10^3}{1,0^2}\times9,8\times\left(1-\frac{1,03\times10^3\times194}{200,74\times10^3}\right) = 9,0\times10^3$$

Analyse dimensionnelle : f = k.v² et d'après la seconde loi de Newton f = m.a
ainsi m.a = k.v²
$M.L.T^{-2} = [k].L^2.T^{-2}$
$[k] = M.L.T^{-2}.L^{-2}.T^2$
$[k] = M.L^{-1}$ k s'exprime en **$kg.m^{-1}$**

2.La propulsion du sous-marin « Le Terrible »

2.1. ${}^{235}_{92}U$: Z = 92 donc 92 protons, A – Z = 143 donc 143 neutrons.

2.2. ${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{94}_{38}Sr + {}^{140}_{54}Xe + x\,{}^{1}_{0}n$

2.2.1. Conservation du nombre de nucléons : 235 + 1 = 94 + 140 + x, ainsi x = 2

2.2.2. $\Delta E = [m(Sr) + m(Xe) + 2m(n) - m(U) - m(n)].c^2$
$\Delta E = [m(Sr) + m(Xe) + m(n) - m(U)].c^2$
$\Delta E = [93,9154 + 139,9252 + 1,0087 - 235,0439] \times 1,66\times10^{-27} \times (3,00\times10^8)^2$
$\Delta E = -0,1946 \times 1,66\times10^{-27} \times (3,00\times10^8)^2 = -2,91\times10^{-11}$ J
Le système cède au milieu extérieur $2,91\times10^{-11}$ J, ainsi l'énergie libérée vaut $E_{lib} = 2,91 \times 10^{-11}$ J

2.2.3.a. $P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{N.E_{lib}}{\Delta t}$

$\boxed{N = \frac{P.\Delta t}{E_{lib}}}$

$N = \frac{150\times10^6\times1}{2,91\times10^{-11}}$ = **$5,15 \times 10^{18}$ fissions par seconde.**

2.2.3.b. Méthode 1 :
m = n.M où n représente la quantité de matière de noyaux d'uranium qui fissionnent en une seconde.

$\boxed{\mathbf{m = \frac{N}{N_A}.M}}$

$m = \frac{5,15\times10^{18}}{6,02\times10^{23}}\times 235$ = **$2,01\times10^{-3}$ g** d'uranium consommé en 1 s.

Méthode 2 :
Il se produit N fissions, donc N noyaux d'uranium, de masse *m(U) = 235,0439 u*, sont consommés.
m = N. m(U) avec m(U) convertie en kg
$m = 5,15\times10^{18}\times235,0439\times1,66\times10^{-27}$
$m = 2,01\times10^{-6}$ kg = **$2,01\times10^{-3}$ g** d'uranium consommé en 1 s

2.2.4. $m_{mini} = m\ .\ \Delta t$ où Δt = 2 mois exprimés en secondes.
$m_{mini} = 2,01\times10^{-3} \times 2 \times 2,6\times10^6 = 1,0\times10^4$ g = **10 kg**