Liban 2008 Exercice III 1932 : Le radium à la mode… (4 points)
Correction © http://labolycee.org & N.Groussard

Première partie : étude de l'activité due au radium 226

1. Le radium 226

1.1. *(0,25+0,25)*Le noyau $^{226}_{88}\text{Ra}$ contient **88 protons** et 226 – 88 = **138 neutrons**.

1.2. $^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{A}_{Z}\text{Rn}$

*(0,25)*Conservation du nombre de charge : 88 = 2 + Z donc le numéro atomique du radon vaut 86,
*(0,25)*conservation du nombre de nucléons : 226 = 4 + A donc le nombre de nucléons du radon vaut 222.
Ainsi $^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{222}_{86}\text{Rn}$.

2.1. La quantité de matière de noyaux de radium est $n_{Ra} = \dfrac{N_0}{N_A}$. D'autre part $n_{Ra} = \dfrac{m_{Ra}}{M_{Ra}}$.

*(0,25)*Ainsi $\dfrac{m_{Ra}}{M_{Ra}} = \dfrac{N_0}{N_A}$, soit $\boxed{m_{Ra} = \dfrac{N_0}{N_A}.M_{Ra}}$

$m_{Ra} = \dfrac{3,33\times10^{14}}{6,02\times10^{23}} \times 226 =$ **$1,25\times10^{-7}$ g** de radium contenu dans 100 g de crème Tho-Radia.

*(0,25)*Cette masse très faible de radium est indiquée par la phrase « Le Tho-radia revendique haut et fort **sa faible teneur en radium**… »

2.2. Activité due au radium contenu dans la crème

2.2.1. *(0,25)* Loi de décroissance $\mathbf{N = N_0.e^{-\lambda.t}}$

2.2.2. Pourcentage de noyaux restants à la date t $\boxed{P\% = \dfrac{N}{N_0}\times100 = 100.e^{-\lambda.t}}$ avec t exprimée en **secondes**.

*(0,25)*Pour t = 10 ans = 10 ×365,25×24×3600, on a $P\% = 100.e^{-1,35\times10^{-11}\times10\times365,25\times24\times3600}$ = 99,57 % soit en conservant deux chiffre significatifs (comme pour t) **P% = $1,0\times10^2$ %**.
*(0,25)*Ainsi on peut dire que l'activité due au radium 226 contenu dans la crème ne varie pratiquement pas pendant une durée de 10 ans.

2.3. *(0,25) « On a calculé qu'elle n'aurait diminué que de moitié au bout de 16 siècles »*
Calculons P% pour t = 16×10^2 ans (durée **à convertir en secondes**)
$P\% = 100.e^{-1,35\times10^{-11}\times16\times10^2\times365,25\times24\times3600}$
P% = 51% La population de noyaux a diminué de moitié, tout comme l'activité (proportionnelle au nombre de noyaux), ce qui est conforme avec la phrase du texte.

<u>**Autre méthode :**</u> Au bout d'une durée égale au temps de demi-vie, l'activité est divisée par 2.

$t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$ avec $t_{1/2}$ en s et λ en s^{-1}

$t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{1,35\times10^{-11}} = 5,13\times10^{10}$ s

soit $t_{1/2} = \dfrac{\dfrac{\ln 2}{1,35\times10^{-11}}}{365,25\times24\times3600} = 1,63\times10^3$ ans soit environ 16 siècles.

Deuxième partie : étude de l'activité due au radon 222

1. ***(0,5)*** La droite tracée à partir de t = 0 correspond à la tangente à l'origine de la courbe N(t), cette tangente coupe l'axe des abscisses en $t = \tau$ donc graphiquement on lit $\boldsymbol{\tau = 5{,}5}$ **d**. La constante de temps est égale à 5,5 jours.

Remarque : le symbole international de jour est d (day).

2. ***(0,25)***Le temps de demi-vie est la durée nécessaire pour que la population initiale de noyaux radioactifs soit divisée par deux.

Loi de décroissance $N = N_0.e^{-\lambda.t}$ ou $N/N_0 = e^{-\lambda.t}$ or $\lambda = \dfrac{1}{\tau}$ donc on a $N/N_0 = e^{-t/\tau}$.

Pour $t = t_{1/2}$ on a $N/N_0 = ½$

$$\frac{1}{2} = e^{-t_{1/2}/\tau}$$

$$\ln\frac{1}{2} = -\frac{t_{1/2}}{\tau}$$

$$\ln 1 - \ln 2 = -\frac{t_{1/2}}{\tau}$$

(0,25) $\boxed{\mathbf{t_{1/2} = \tau.\ln 2}}$

(0,25)$t_{1/2} = 5{,}5 \times \ln 2 = 3{,}8$ d durée en accord avec celle donnée dans le texte (3,8 jours).

3. ***(0,25)***