

Exercice I : Découverte d'une exo-planète habitable (5,5 points)

Une planète "de type terrestre habitable", capable d'abriter une vie extra-terrestre, a été détectée pour la première fois hors de notre système solaire par une équipe d'astronomes européens, dont plusieurs Genevois.

Cette exo-planète, nommée Gliese c , qui orbite autour de l'étoile Gliese 581 à 20,5 années-lumière est la première et la plus légère des quelque 200 connues à ce jour à "posséder à la fois une surface solide ou liquide et une température proche de celle de la Terre", selon ses découvreurs.

La température moyenne de cette "super Terre est comprise entre 0 et 40 degrés Celsius, ce qui autorise la présence d'eau liquide à sa surface", selon le principal auteur de l'étude, Stéphane Udry (Genève).

Source :

Dépêche AFP/cab d'après communiqué de presse du CNRS Avril 2007

Dans tout l'exercice, l'étoile Gliese 581 est notée E et son exo-planète Gliese c est notée C.

Données complémentaires :

- Caractéristiques de la planète C :
 - Valeur du champ de gravitation à la surface : $g_0 = 22 \text{ N.kg}^{-1}$
 - Masse estimée : $M_C = 3,0.10^{25} \text{ kg}$
 - Rayon estimé : $R_C = 9,6.10^6 \text{ m}$.
- Unité astronomique : $1 \text{ U.A.} = 1,50.10^{11} \text{ m}$.
- Constante de Planck : $h = 6,626.10^{-34} \text{ J.s}$.
- Célérité de la lumière : $c = 3,00.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.
- $1\text{eV} = 1,6.10^{-19} \text{ J}$.

La résolution de cet exercice se fait sans utiliser la valeur numérique de la constante de gravitation universelle G.

Première partie : cette étude se fera dans un référentiel, considéré comme galiléen, lié au centre de la planète C.

1. Étude de la gravitation à la surface de la planète C.

1.1. Représenter sur un schéma la force de gravitation F exercée par la planète C de masse M_C et de rayon R_C sur un objet A de masse m situé à l'altitude h.

1.2. Donner l'expression de la valeur de cette force en fonction de M_C , m, R_C , h et de la constante de gravitation universelle G.

1.3. La valeur g du champ de gravitation est définie par la relation : $g = \frac{F}{m}$.

En déduire l'expression de la valeur g_0 du champ de gravitation à la surface de la planète C en fonction de M_C , R_C et de la constante de gravitation universelle G .

2. Vitesse d'un satellite de la planète C

2.1. Déterminer l'expression de la valeur V_1 de la vitesse de l'objet A de masse m satellisé sur une orbite circulaire à l'altitude h .

2.2. Montrer que si h est négligeable devant R_C , $V_1 = \sqrt{\frac{GM_C}{R_C}}$.

3. On appelle vitesse de libération la valeur minimale de la vitesse que doit posséder un objet A situé à la surface d'une planète pour quitter le champ de gravitation de celle-ci. Pour la planète C, cette vitesse V_2 a pour expression $V_2 = \sqrt{\frac{2GM_C}{R_C}}$.

Pour une autre planète de masse M donnée, la vitesse de libération V_2 augmente-t-elle ou diminue-t-elle avec le rayon de la planète ? Justifier la réponse.

4. Cette vitesse de libération V_2 est en relation directe avec l'existence d'une atmosphère à la surface d'une planète : à une température donnée, si la vitesse de libération est trop faible, les molécules de gaz s'échappent facilement et l'existence d'une atmosphère à la surface de la planète est impossible.

4.1. Montrer que la vitesse V_2 peut aussi s'écrire $V_2 = \sqrt{2g_0R_C}$.

4.2. Calculer la vitesse de libération pour la planète C, et la comparer à la vitesse de libération pour la Terre qui est de $11,2 \text{ km.s}^{-1}$.

4.3. Si l'on suppose que la planète C et la Terre sont soumises à des conditions de température très voisines, l'existence d'une atmosphère sur la planète C est-elle possible ?

Deuxième partie : cette étude se fera dans un référentiel, considéré comme galiléen, lié au centre de l'étoile E.

L'étoile E possède trois planètes actuellement identifiées : Gliese b notée B Gliese c notée C et Gliese d notée D

On considère que ces trois planètes se déplacent sur des orbites pratiquement circulaires.

Le tableau ci-dessous regroupe quelques caractéristiques de ces planètes.

	B	C	D
Période (jours)	$T_b = 5,366$	$T_c = 12,93$	$T_d = 84,4$
Rayon trajectoire (U.A.)	$r_b = ?$	$r_c = 7,27 \cdot 10^{-2}$	$r_d = 2,54 \cdot 10^{-1}$

1. La vitesse V d'une planète en mouvement circulaire uniforme autour de son étoile est donnée par la relation $V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, r désignant le rayon de la trajectoire.

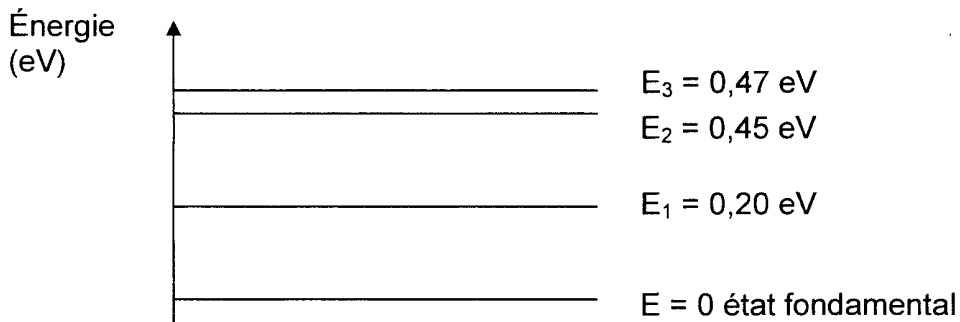
Donner la signification de la lettre M intervenant dans cette relation.

2. Rayon de la trajectoire de la planète B
- 2.1. Énoncer la troisième loi de Kepler, relative à la période de révolution de la planète autour de son étoile.
- 2.2. Calculer la valeur de la constante de proportionnalité intervenant dans cette loi en utilisant les données du tableau précédent. On utilisera le jour pour unité de temps et l'unité astronomique pour unité de distance.
- 2.3. Calculer, en unité astronomique, le rayon de la trajectoire de la planète B.

Troisième partie : Détection de l'eau dans l'atmosphère des planètes.

L'énergie de vibration des molécules est quantifiée.

Pour les molécules d'eau, en prenant pour référence l'énergie de la molécule au repos, on obtient les niveaux d'énergie de vibration représentés sur la figure ci-dessous.



Niveaux d'énergie de vibration de la molécule d'eau

Le spectre d'une lumière ayant traversé des régions contenant de la vapeur d'eau présente des absorptions pour certaines longueurs d'onde caractéristiques.

1. Que signifie l'expression : « l'énergie des molécules est quantifiée » ?
2. Les longueurs d'onde des radiations absorbées sont supérieures au micromètre.
Ces radiations absorbées appartiennent-elles au domaine du visible ? Justifier
3. Calculer la longueur d'onde de la radiation absorbée par une molécule d'eau passant de l'état fondamental à l'état E_1 .

**Exercice II : Détermination expérimentale du pKa d'un indicateur coloré :
Le bleu de bromophénol (6,5 points)**

Le bleu de bromophénol est un indicateur coloré dont la forme acide, notée HIn, est jaune et dont la forme basique, notée In⁻, est bleue.

Préparation de la solution mère.

On prépare, dans une fiole jaugée, deux litres d'une solution mère S₀ de bleu de bromophénol de concentration molaire en soluté apporté C₀ = 3,0.10⁻⁵ mol.L⁻¹.

Première partie : Étude de la solution mère

On considère un volume V = 100 mL de solution S₀ dont le pH est de 4,7.

1. Calculer la quantité de matière de bleu de bromophénol n₀ initialement introduite dans 100 mL de solution S₀.
2. *L'espèce HIn est un acide.*
 - 2.1. Donner la définition d'un acide selon Brønsted.
 - 2.2. L'équation de la réaction de HIn sur l'eau est :
$$\text{HIn}_{(\text{aq})} + \text{H}_2\text{O}_{(\text{l})} = \text{In}^{-}_{(\text{aq})} + \text{H}_3\text{O}^{+}_{(\text{aq})}$$

Donner les couples acide-base intervenant dans cette équation.
3. Étude de la réaction de HIn sur l'eau
 - 3.1. Remplir le tableau d'avancement de la réaction, donné dans **l'annexe à rendre avec la copie**, en fonction de n₀, x, x_{max}, x_f.
 - 3.2. Calculer l'avancement maximal x_{max}.
 - 3.3. Calculer l'avancement final de la réaction x_f.
 - 3.4. En déduire le taux d'avancement final. Cette réaction est-elle totale ?
4. Relation de conservation de la matière
 - 4.1. En utilisant la ligne décrivant l'état intermédiaire du tableau d'avancement, justifier que pour toute valeur de l'avancement x on a n_{HIn} + n_{In⁻} = n₀.
 - 4.2. En déduire la relation qui relie les concentrations molaires effectives des espèces présentes en solution et la concentration C₀.

Deuxième partie : Étude de deux solutions

On prépare deux solutions à partir de la solution mère S₀.

➤ Préparation de la solution S₁ :

À un litre de la solution mère S₀ on ajoute 1,0.10⁻² mol d'ions oxonium H₃O⁺ en utilisant de l'acide chlorhydrique concentré.

L'addition d'acide chlorhydrique se fait sans variation appréciable du volume de la solution.

La solution S₁ obtenue est jaune, de pH = 2,0 et de concentration molaire en bleu de bromophénol apporté C₀ = 3,0.10⁻⁵ mol.L⁻¹.

➤ Préparation de la solution S₂ :

À un litre de la solution mère S₀, on ajoute 1,0.10⁻² mol d'ions hydroxyde OH⁻ par ajout d'une solution d'hydroxyde de sodium concentrée.

L'addition de la solution d'hydroxyde de sodium se fait sans variation appréciable du volume de la solution.

La solution S₂ obtenue est bleue, de pH = 12,0 et de concentration en bleu de bromophénol apporté C₀ = 3,0.10⁻⁵ mol.L⁻¹.

Pour les deux solutions S₁ et S₂ on admet la relation :

$$[\text{HIn}] + [\text{In}^-] = C_0.$$

[HIn] et [In⁻] désignant les concentrations effectives des formes acide et basique.

1. Quelle espèce chimique du couple de l'indicateur coloré prédomine dans la solution S₁ ? dans la solution S₂ ?
2. De quel paramètre dépend la proportion d'acide et de base conjuguée dans chaque solution ?
3. Pour la solution S₂, on émet l'hypothèse que la concentration effective de la forme acide HIn est négligeable.
Quelle est alors la valeur de la concentration effective de la forme basique In⁻ ?

Troisième partie : Étude spectrophotométrique

Protocole suivi :

Dans un bécher contenant un volume quelconque de la solution S₁, on ajoute de la solution S₂ de façon à obtenir successivement des solutions dont les pH sont donnés dans le tableau ci-dessous.

Lorsqu'une solution de pH donné est réalisée, on mesure par spectrophotométrie l'absorbance A du mélange.

À la longueur d'onde λ utilisée par le spectrophotomètre, seule la forme basique In⁻ absorbe.

On obtient les résultats suivants :

pH	2,0	2,5	3,0	3,5	3,9	4,1	4,5
A	0,02	0,06	0,21	0,54	0,85	1,02	1,22
pH	4,7	5,1	5,6	6,2	6,7	8,0	12
A	1,37	1,53	1,59	1,63	1,66	1,66	1,66

On admet que, pour toutes les solutions obtenues par mélange des solutions S₁ et S₂ en proportions quelconques :

- la concentration molaire en bleu de bromophénol apporté est C₀ = 3,0.10⁻⁵ mol.L⁻¹.
- [HIn] + [In⁻] = C₀.

On rappelle que l'absorbance A d'une solution est liée à la concentration effective [X] en espèce absorbante par : A = k. [X] où k est une constante.

1. Calcul des concentrations des espèces In^- et HIn .
 - 1.1. Montrer que l'absorbance A d'un mélange quelconque est donnée par :
$$A = k \cdot [\text{In}^-]$$
 - 1.2. Pour la solution S_2 de $\text{pH} = 12,0$ l'absorbance est maximale.
Montrer que l'absorbance maximale A_{max} et la concentration molaire en bleu de bromophénol apporté C_0 vérifient la relation : $A_{\text{max}} = k \cdot C_0$.
En déduire la valeur du coefficient k et préciser son unité.
 - 1.3. Calculer les concentrations effectives des espèces In^- et HIn présentes dans le mélange lorsque l'absorbance A de celui-ci est égale à 0,83.

2. L'exploitation des données expérimentales a permis de construire le graphique, proposé dans ***l'annexe à rendre avec la copie***, donnant les concentrations des espèces HIn et In^- en fonction du pH .
 - 2.1. Déterminer à partir de ce graphique les domaines de prédominance des formes acide et basique du bleu de bromophénol.
 - 2.2. Donner la relation entre pH , pK_a , $[\text{HIn}]$ et $[\text{In}^-]$.
 - 2.3. En déduire qu'un point particulier de ce graphique permet de déterminer le pK_a du couple étudié. Donner sa valeur.
 - 2.4. Vérifier par un calcul que l'hypothèse émise dans la question 3 de la deuxième partie est légitime.

Annexe À rendre avec la copie

EXERCICE II :

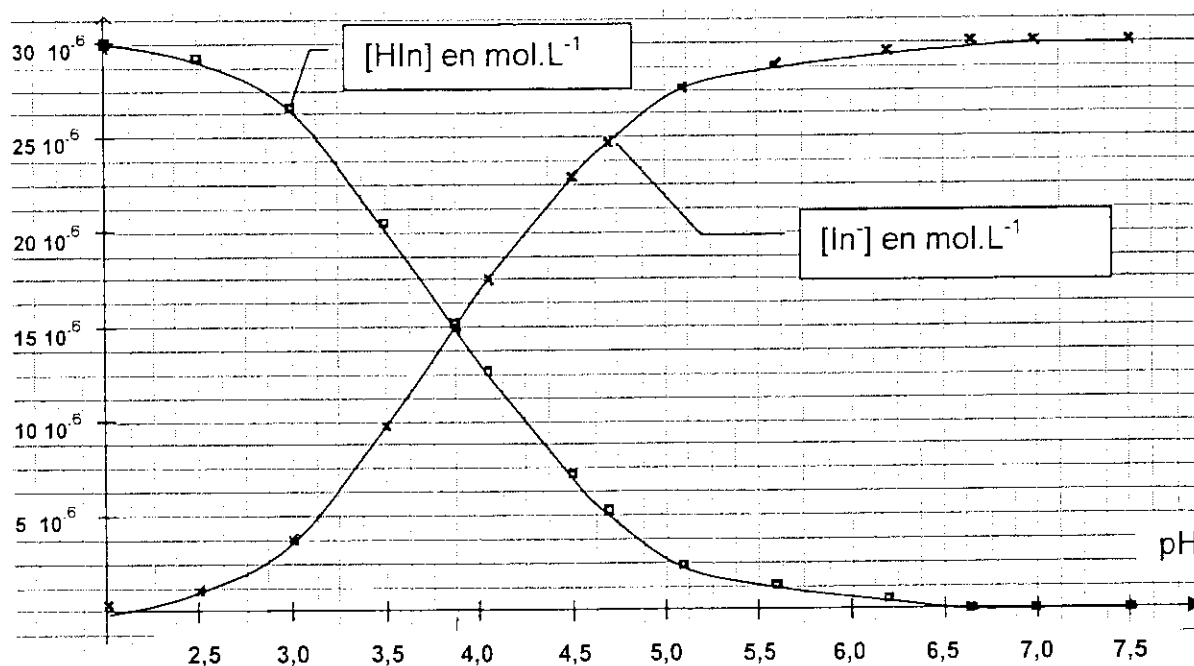
Première partie, question 3 : Tableau d'avancement

		$\text{HIn}_{(aq)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)} = \text{In}^-_{(aq)} + \text{H}_3\text{O}^+_{(aq)}$			
		Quantités de matière			
État initial	x = 0		Excès		
État intermédiaire	x		Excès		
État final si réaction totale	x = x _{max}		Excès		
État final observé	x = x _f		Excès		

Troisième partie, question 2 :

Concentration des espèces présentes [HIn] et [In⁻] en fonction du pH

Concentrations (mol.L⁻¹)



Exercice III 1932 : Le radium à la mode ... (4 points)



Un examen attentif des dépôts de marque réalisés entre 1927 et 1934 atteste de la " mode du radium " qui sévissait alors. Nous avons ainsi recensé une centaine de notices évoquant, de près ou de loin, cet élément radioactif.

Le Tho-Radia revendique haut et fort sa faible teneur en radium : " [...] la radioactivité du radium est pratiquement inépuisable. On a calculé qu'elle n'aurait diminué que de moitié au bout de seize siècles. C'est ce qui fait la différence fondamentale entre une préparation qui contient réellement du radium telle que la crème Tho-Radia [...] et les produits qui n'ont été soumis qu'à l'émanation du radium. L'activité de cette émanation disparaît en très peu de temps "

D'après "Revue d'histoire de la pharmacie",
3e trimestre 2002

Première partie : Étude de l'activité due au radium 226

Données :

Constante radioactive du radium 226 : $\lambda = 1,35 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$

Constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Masse molaire atomique du radium : $M = 226 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

1. Le radium 226.

1.1. Donner la composition d'un noyau de radium ${}^{226}_{88}\text{Ra}$.

1.2. Le radium 226 est radioactif α . Il conduit au radon de symbole Rn.
Écrire l'équation de la réaction de désintégration et préciser les lois de conservation utilisées.

2. À la date $t = 0$ de fabrication, cent grammes de crème Tho-Radia contenaient $N_0 = 3,33 \cdot 10^{14}$ noyaux de radium.

2.1. Calculer la masse de radium 226 contenue initialement dans 100 g de crème.
Citer la phrase du texte d'introduction illustrant ce résultat.

2.2. Activité due au radium contenu dans la crème.

2.2.1. Donner l'expression de la loi de décroissance du nombre N de noyaux de radium 226 en fonction du temps.

2.2.2. Calculer le pourcentage de noyaux restants à la date $t = 10$ ans.

Pourquoi peut-on dire que l'activité due au radium 226 contenu dans la crème ne varie pratiquement pas pendant une période de dix ans ?

2.3. Justifier la phrase du texte introductif : « On a calculé qu'elle n'aurait diminué que de moitié au bout de seize siècles. »

Deuxième partie : Étude de l'activité due au radon 222

Donnée : Le radon 222 a pour temps de demi-vie 3,8 jours.

Le radon 222 produit par la désintégration du radium 226 est lui-même radioactif α .
On donne dans l'**annexe 2 à rendre avec la copie**, la courbe de décroissance d'un échantillon de radon 222 contenant initialement N_0 noyaux.

1. Déterminer graphiquement la constante de temps τ . Préciser la méthode utilisée.
2. Rappeler la définition du temps de demi-vie. Établir son expression en fonction de la constante de temps τ puis calculer le temps de demi-vie. La valeur calculée est-elle en accord avec la valeur donnée ?
3. Construire sur le même graphique, en utilisant les mêmes échelles, la courbe représentant la loi de décroissance du radon 222 pour un nombre initial de noyaux deux fois plus faible.

Annexe 2 À rendre avec la copie

EXERCICE III

Deuxième partie

N' nombre de noyaux de radon 222

