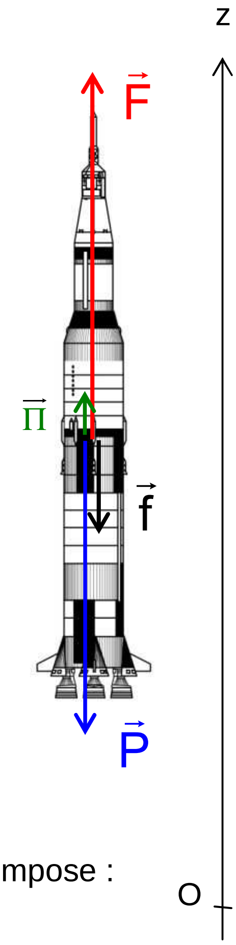
2009 septembre Métropole : DE LA TERRE A LA LUNE (5,5 points)
Correction © http:\\labolycee.org



1. Ascension de la fusée Saturne V

1.1. ***(0,25)*** L'étude de la phase du début du lancement se fait dans le **référentiel terrestre** supposé galiléen.

1.2. ***(0,5)*** Dans le référentiel terrestre galiléen, la fusée est soumise à :

- son poids : $\vec{P}$, force verticale orientée vers le bas
- la force de poussée : $\vec{F}$ force verticale orientée vers le haut
- frottements de l'air sur la fusée : $\vec{f}$, force verticale orientée vers le bas opposée au sens du mouvement de la fusée.
- la poussée d'Archimède : $\vec{\Pi}$, force verticale orientée vers le haut, sa valeur est sans doute négligeable face à celles des autres forces.

1.3. ***(0,25)*** La seconde loi de Newton est applicable « … à un solide de **masse m constante …** » d'après l'énoncé.
Or, au cours du mouvement, la fusée consomme du carburant donc sa masse diminue. Ainsi, on ne peut pas appliquer la seconde loi de Newton durant toute la durée de l'ascension.

(0,25) En effectuant l'étude sur une durée suffisamment courte, on peut considérer que la masse de la fusée ne varie quasiment pas, la seconde loi de Newton est applicable.

1.4. En négligeant les actions de l'air sur la fusée, la seconde loi de Newton impose :

(0,25) $\vec{P} + \vec{F} = M.\vec{a}$

en projection selon un axe (Oz) vertical orienté vers le haut : $P_z + F_z = M.a_z$

$$-P + F = M.a$$
$$-M.g + F = M.a$$

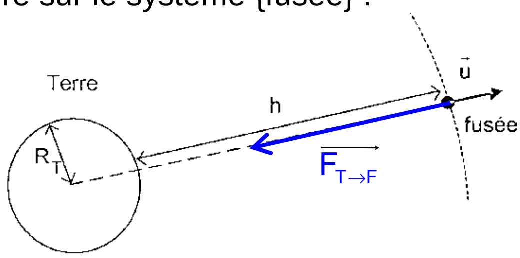
donc: $\boxed{a = -g + \dfrac{F}{M}}$

(0,25) A.N: $a = -9{,}8 + \dfrac{3{,}3\times10^7}{2{,}9\times10^6}$ = **1,6 m.s^{-2}** avec $M = 2{,}9\times10^3$ t = $2{,}9\times10^6$ kg.

2. Mise en orbite autour de la Terre du système {S-IVB + Apollo XI}

2.1. ***(0,5)*** Force d'attraction gravitationnelle exercée par la Terre sur le système {fusée} :

$$\boxed{\overrightarrow{F_{T\to F}} = -G.\frac{m.M_T}{(R_T+h)^2}.\vec{u}}$$



2.2. Seconde loi de Newton appliquée au système {fusée} dans le référentiel géocentrique galiléen :

$$\overrightarrow{F_{T\to F}} = m.\vec{a}$$

$$-G.\frac{m.M_T}{(R_T+h)^2}.\vec{u} = m.\vec{a}$$

(0,25) $\boxed{\vec{a} = -G.\dfrac{M_T}{(R_T+h)^2}.\vec{u}}$ Le vecteur accélération $\vec{a}$ de la fusée, dont le mouvement est supposé circulaire, est orienté en permanence vers le centre de la Terre car $\vec{a}$ est de sens opposé au vecteur $\vec{u}$.

(0,25) Le vecteur accélération $\vec{a}$ est donc **centripète**.

Le vecteur accélération $\vec{a}$ est **centripète** et de **valeur constante** (car mouvement supposé circulaire) donc le mouvement est **uniforme** de vitesse **v** telle que : $\boxed{a = \frac{v^2}{(R_T + h)}}$ (1)

2.3. ***(0,5)*** De la relation : $\vec{a} = -G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}.\vec{u}$ il vient : $\boxed{a = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}}$ (2).

En identifiant les relations (1) et (2) : $\frac{v^2}{(R_T+h)} = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}$

$$v^2 = \frac{G.M_T}{(R_T+h)} \quad \text{finalement : } \boxed{v = \sqrt{\frac{G.M_T}{(R_T+h)}}}$$

A.N : $v = \sqrt{\frac{6{,}67\times10^{-11}\times5{,}98\times10^{24}}{(6{,}37\times10^{6}+185\times10^{3})}}$ = **$7{,}80 \times 10^3$ m.s^{-1}** en convertissant R_T et h en mètres.

3. Quelques expériences associées à la mission Apollo

3.1. ***(0,25)*** En supposant que l'âge de la Lune est du même ordre de grandeur que l'âge de la Terre (quelques milliards d'années), le radioélément adapté à la mesure de l'âge de la Lune est le **potassium 40**. En effet la demi-vie du potassium 40 est de 1 milliard d'années : elle est bien du même ordre de grandeur que l'âge supposé de la Lune.
Les deux autres radioéléments ont des demi-vies beaucoup trop courtes pour être adaptés à cette mesure.

3.2. ***(0,25)*** $^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{18}Ar + {}^{0}_{1}e$ (désintégration β^+).

3.3. ***(0,25)*** Loi de décroissance radioactive : $\boxed{N_K(t) = N_K(0).e^{-\lambda.t}}$ où λ est la constante de désintégration radioactive

3.4. ***(0,25)*** **temps de demi-vie $t_{1/2}$** d'un échantillon radioactif : durée au bout de laquelle la moitié d'une population de noyaux radioactifs a été désintégrée.

D'après la définition précédente : $N_K(t_{1/2}) = \frac{N_k(0)}{2} \Leftrightarrow N_K(0).e^{-\lambda.t_{1/2}} = \frac{N_k(0)}{2}$

$\Leftrightarrow e^{-\lambda.t_{1/2}} = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad e^{\lambda.t_{1/2}} = 2 \quad \Leftrightarrow \ln(e^{\lambda.t_{1/2}}) = \ln 2$ ainsi $\lambda.t_{1/2} = \ln 2$

(0,5)finalement : $\boxed{\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}}$

(0,25) A.N : $\lambda = \frac{\ln 2}{1{,}26\times10^{9}}$ = **$5{,}50\times10^{-10}$ an^{-1}.**

3.5. $N_K(t) = N_K(0).e^{-\lambda.t}$ donc : $e^{-\lambda.t} = \frac{N_K(t)}{N_K(0)} \Leftrightarrow e^{\lambda.t} = \frac{N_K(0)}{N_K(t)}$

$\ln(e^{\lambda.t}) = \ln\left(\frac{N_K(0)}{N_K(t)}\right) \Leftrightarrow t = \frac{1}{\lambda}.\ln\left(\frac{N_K(0)}{N_K(t)}\right)$

(0,25) Or $N_K(0) = N_K(t) + N_{Ar}(t)$ donc $t = \frac{1}{\lambda}.\ln\left(\frac{N_K(t)+N_{Ar}(t)}{N_K(t)}\right) \Leftrightarrow \boxed{t = \frac{1}{\lambda}.\ln\left(1+\frac{N_{Ar}(t)}{N_K(t)}\right)}$

(0,25) A.N : $t = \frac{1}{5{,}50\times10^{-10}}\times\ln\left(1+\frac{2{,}3\times10^{17}}{2{,}4\times10^{16}}\right)$ = **$4{,}3 \times 10^9$ ans = 4,3 milliards d'années**.