Liban 2009 EXERCICE II : LE CERCLE DES PLANÈTES DISPARUES (5 points)
CORRECTION © http://labolycee.org

1. Orbite d'Éris

1.1. Le carré de la période de révolution ***T*** d'une planète autour du Soleil est proportionnel au cube du demi-grand axe ***a*** de l'orbite elliptique : $\boxed{\dfrac{T^2}{a^3} = Cte}$.

1.2. Appliquons la troisième loi de Kepler à Pluton et Éris évoluant autour du Soleil **:**
$\dfrac{T_E^2}{a_E^3} = Cte = \dfrac{T_P^2}{a_P^3}$,

soit $\dfrac{a_E^3}{a_P^3} = \dfrac{T_E^2}{T_P^2}$ or T_E *(= 557 ans)* > T_P *(= 248 ans)* donc $\dfrac{T_E^2}{T_P^2} > 1$

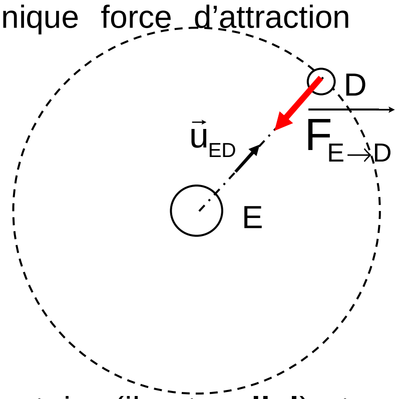
alors $\dfrac{a_E^3}{a_P^3} > 1$ ou $a_E^3 > a_P^3$ finalement $\mathbf{a_E > a_P}$, l'orbite d'Éris se situe **au-delà** de celle de Pluton.

2. Découverte de Dysnomia

2.1. Mouvement de Dysnomia

2.1.1. On utilisera un référentiel constitué par le centre d'inertie d'Éris et par trois étoiles lointaines et fixes. On pourrait parler de référentiel « ériscentrique ». *Ce référentiel est considéré comme galiléen.*

2.1.2. Considérons le mouvement circulaire uniforme de Dysnomia dans le référentiel « ériscentrique ». Le satellite Dysnomia est soumis à une unique force d'attraction gravitationnelle exercée par Éris, $\overrightarrow{F_{E\to D}}$.



Appliquons la deuxième loi de Newton à Dysnomia : $\overrightarrow{F_{E\to D}} = M_D.\vec{a}$

$$-G.\frac{M_E.M_D}{R_D^2}.\vec{u}_{ED} = M_D.\vec{a}$$

$$\boxed{\vec{a} = -G.\frac{M_E}{R_D^2}.\vec{u}_{ED}}$$

2.1.3. Le vecteur accélération est porté par le rayon de la trajectoire (il est **radial**) et est orienté vers le centre de la trajectoire (il est **centripète**).

2.1.4. La période de révolution T_D de Dysnomia est la durée pendant laquelle Dysnomia effectue un tour (distance parcourue = $2.\pi.R_D$). Sa vitesse est $v = \frac{2.\pi.R_D}{T_D}$ **(1)**

Le mouvement de Dysnomia est circulaire et uniforme, la norme du vecteur accélération est dans ce cas : $a = \frac{v^2}{R_D}$.**(2)**

D'après (1) $v^2 = \frac{4.\pi^2.R_D^2}{T_D^2}$, que l'on remplace dans (2) alors $a = \frac{\frac{4.\pi^2.R_D^2}{T_D^2}}{R_D} = \frac{4.\pi^2.R_D}{T_D^2}$

soit $T_D^2 = \frac{4.\pi^2.R_D}{a}$

Or d'après la question 2.1.2. la norme du vecteur accélération est $a = G.\frac{M_E}{R_D^2}$

$$T_D^2 = \frac{4.\pi^2.R_D}{G.\frac{M_E}{R_D^2}} = \frac{4.\pi^2.R_D^3}{G.M_E} \quad \textbf{(3)}$$

on obtient $\boxed{T_D = 2\pi\sqrt{\frac{R_D^3}{G.M_E}}}$

Et d'après (3) on retrouve la troisième loi de Kepler $\boxed{\frac{T_D^2}{R_D^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_E}}$

2.2. Masse d'Éris

2.2.1. D'après la troisième loi de Kepler on a : $G.M_E = \frac{4.\pi^2}{T_D^2}.R_D^3$

$$\boxed{M_E = \frac{4.\pi^2}{G.T_D^2}.R_D^3}$$

$M_E = \frac{4\times\pi^2\times(3,60\times10^7)^3}{6,67\times10^{-11}\times(1,30\times10^6)^2}$ = **$1,63\times10^{22}$ kg**

2.2.2. $\frac{M_E}{M_P} = \frac{1,63\times10^{22}}{1,31\times10^{22}}$ = **1,24**

La masse d'Éris est un peu plus grande que celle de Pluton.
Si Eris n'est pas considérée comme une planète, alors Pluton qui a une masse moins importante que celle d'Eris ne l'est pas non plus.
Eris et Pluton sont en fait des représentants des « planètes naines ».