2009 Métropole EXERCICE III. DÉTECTION D'EXOPLANÈTES (4 points)
Correction © http://labolycee.org

1. Observation au télescope

1.1. L'objet AB étant situé à l'infini, l'image A_1B_1 est située dans le plan focal du miroir primaire.
0,25 **F_1 est confondu avec A_1.**
Le point B_1 était mal placé sur le sujet original : le rayon issu de $B\infty$ et passant par A_1 (donc F_1) émerge parallèlement à l'axe optique. B_1 est normalement à l'intersection du plan focal du miroir M_1 et de ce rayon.

1.2. ***0,25*** Dans le triangle rectangle en S $\tan\alpha = \dfrac{SK}{SF_1} = \dfrac{A_1B_1}{SF_1} = \dfrac{A_1B_1}{f_1} = \alpha$

1.3.1. ***0,25*** A_1B_1 et A_2B_2 sont symétriques par rapport au plan du miroir (M_2)
1.3.2. ***0,25*** $A_1B_1 = A_2B_2$
1.4.1. ***0,25*** L'image définitive A'B' est rejetée à l'infini, car l'objet A_2B_2 est situé dans le plan focal objet de l'oculaire L_2.
1.4.2. ***0,25*** Voir figure
1.5. étude du grossissement
1.5.1. ***0,25*** Voir figure 3 : α'

1.5.2. ***0,25*** Dans le triangle OA_2B_2, $\tan\alpha' = \alpha' = \dfrac{A_2B_2}{OF_2} = \dfrac{A_2B_2}{f_2}$

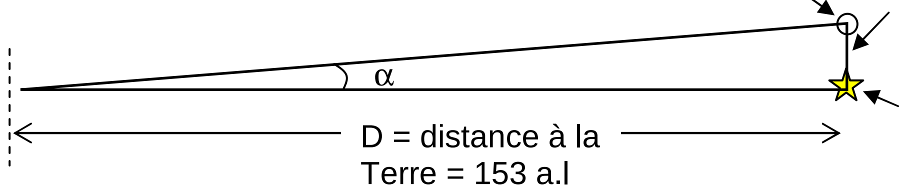
1.5.3. ***0,25*** $Gr = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$

D'après 1.2. $\alpha = \dfrac{A_1B_1}{f_1}$, d'après 1.5.2. $\alpha' = \dfrac{A_2B_2}{f_2}$, et d'après 1.3.2. $A_1B_1 = A_2B_2$

Ainsi $Gr = \dfrac{\dfrac{A_2B_2}{f_2}}{\dfrac{A_1B_1}{f_1}} = \dfrac{A_2B_2}{f_2}\times\dfrac{f_1}{A_1B_1} = \dfrac{f_1}{f_2}$

$Gr = \dfrac{1200}{30} = 40$

1.6.1. ***0,25***



$\tan\alpha = \dfrac{d}{D}$, il faut convertir D et d en mètres.

$\tan\alpha = \dfrac{0{,}045\times150\times10^6\times10^3}{153\times9{,}5\times10^{15}}$

$\tan\alpha = 4{,}6\times10^{-9}$
$\tan\alpha = \alpha$ avec α petit et exprimé en radians.
$\alpha = 4{,}6\times10^{-9}$ rad
1.6.2. ***0,25*** $\alpha' = Gr\,.\,\alpha = 40\times4{,}6\times10^{-9} = 1{,}8\times10^{-7}$ rad
1.6.3. ***0,25*** On a α' très inférieur au diamètre apparent minimal distinguable par l'œil ($= 3{,}5\times10^{-4}$ rad), donc Léa et Julie ne pourraient distinguer l'étoile hôte de sa compagne l'exoplanète.

2. Méthode des transits

2.1. ***0,25*** D'après la figure 5, la période de révolution T = 3,5 j
0,25 $T = 3{,}5\times86400 = 3{,}0\times10^5$ s

2.2. ***0,5*** $\dfrac{T^2}{a^3} = \dfrac{4\pi^2}{G.M}$ avec M masse de l'astre attracteur donc ici $M = 1{,}057\times M_S$

$a^3 = \dfrac{T^2.G.(1{,}057\times M_S)}{4\pi^2}$, soit $\boxed{a = \left(\dfrac{T^2.G.(1{,}057\times M_S)}{4\pi^2}\right)^{1/3}}$

$$a = \left(\frac{(3{,}5\times 86400)^2\times 6{,}67\times 10^{-11}\times(1{,}057\times 2{,}00\times 10^{30})}{4\times\pi^2}\right)^{1/3}$$

$a = 6{,}9\times 10^9$ m = $\mathbf{6{,}9\times 10^6}$ **km**

La distance moyenne à l'étoile, donnée dans le document 1, est égale à 0,045 u.a., soit $0{,}045\times 150\times 10^6$ = $\mathbf{6{,}75\times 10^6}$ **km** = $\mathbf{6{,}8\times 10^6}$ **km**. Les deux valeurs peuvent être considérées comme égales, la précision sur la mesure de T étant assez faible.