BAC S 2010 Polynésie EXERCICE I : DES ISOTOPES DU PHOSPHORE 31 (6 points)
Correction © http://labolycee.org

1. Le phosphore 32

1.1. Généralités

1.1.1. ${}^{32}_{15}P$: Z = 15 donc 15 protons, A – Z = 17 soit 17 neutrons.

1.1.2. Deux noyaux isotopes ont le même numéro atomique Z, donc le même nombre de protons ; mais des nombres de nucléons A différents (donc des nombres de neutrons A – Z, différents).

1.1.3. Lors d'une désintégration β^-, il y a émission d'un électron ${}^{0}_{-1}e$.

1.1.4. ${}^{32}_{15}P \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$

Au cours d'une transformation nucléaire, il y a conservation :
- du nombre de charges : 15 = Z – 1, soit Z = 16, il se forme du **soufre**
- du nombre de nucléons : 32 = A + 0

L'équation de désintégration est : ${}^{32}_{15}P \rightarrow {}^{32}_{16}S + {}^{0}_{-1}e$

1.2. Loi de décroissance

1.2.1. $m_0 = 10{,}0\times10^{-9}$ g et masse d'un noyau $m(P) = 5{,}31 \times 10^{-26}$ kg $= 5{,}31 \times 10^{-23}$ g

$$N_0 = \frac{m_0}{m(P)}$$

$$N_0 = \frac{10{,}0\times10^{-9}}{5{,}31\times10^{-23}} = \mathbf{1{,}88 \times 10^{14}\ noyaux}$$

1.2.2. Le temps de demi-vie, $t_{1/2}$, d'un noyau radioactif est la durée pour laquelle une population de noyaux radioactifs a été divisée par deux.

$N(t_{1/2}) = N_0 /2$

$N_0.e^{-\lambda.t_{1/2}} = N_0 /2$

$e^{\lambda.t_{1/2}} = 2$

$\lambda.t_{1/2} = \ln 2$

$$\boxed{t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}}$$

1.2.3. L'activité est égale au nombre moyen de désintégrations par seconde. Elle s'exprime en becquerels.

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$$

$$A(t) = -\frac{d\left(N_0.e^{-\lambda.t}\right)}{dt} = -N_0 . \frac{d\left(e^{-\lambda.t}\right)}{dt} = N_0.\lambda.e^{-\lambda.t} = \boxed{\mathbf{\lambda.N(t)}}$$

$$A_0 = \lambda.N_0 = \lambda.\frac{m_0}{m(P)}$$

$$A_0 = 5{,}61 \times 10^{-7} \times \frac{10\times10^{-9}}{5{,}31\times10^{-23}} = 1{,}06\times10^{8}\ \text{Bq} = \mathbf{106\ MBq}$$

1.2.4. $A(t_1) = A_0/10$ comme $A = \lambda.N$, il vient $\lambda N(t_1) = \lambda N_0/10$

$N_0.\ e^{-\lambda.t_1} = N_0/10$

$e^{-\lambda.t_1} = 1/10$

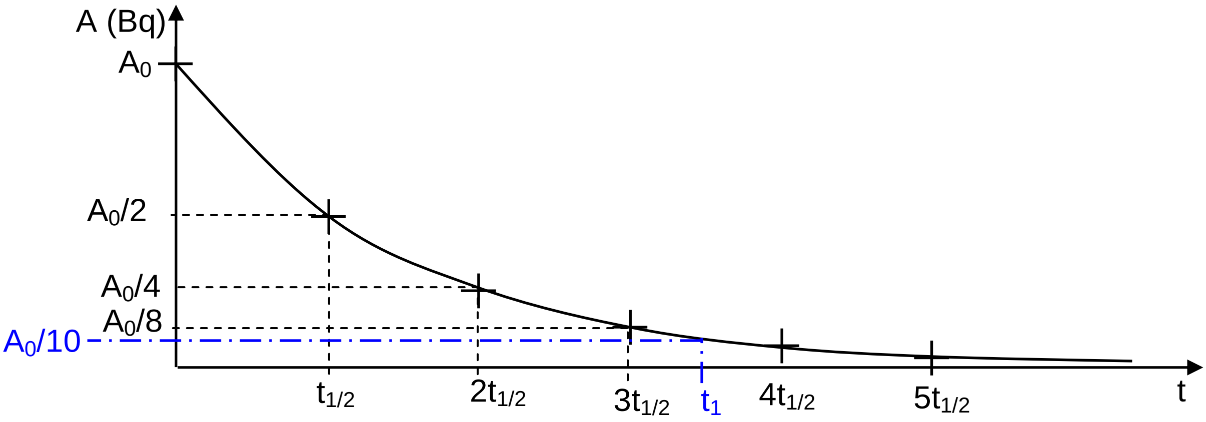
$e^{\lambda.t_1} = 10$

$\lambda.t_1 = \ln 10$

$$\boxed{t_1 = \frac{\ln 10}{\lambda}}$$

$$t_1 = \frac{\ln 10}{5{,}61\times10^{-7}} = \mathbf{4{,}1\times10^{6}\ s}$$

1.2.5. Au bout d'une durée égale à $t_{1/2}$ l'activité est divisée par deux.



1.2.6.
On lit approximativement $t_1 = 3{,}5\ t_{1/2}$

$t_1 = 3{,}5 \cdot \dfrac{\ln 2}{\lambda} = 3{,}5 \times \dfrac{\ln 2}{5{,}61 \times 10^{-7}} = 4{,}3 \times 10^{6}$ s, soit un ordre de grandeur de 10^6 s.

Ce résultat est cohérent avec la valeur de t_1 déterminée en 1.2.4..

2. Le phosphore 30

2.1. L'énergie de liaison est l'énergie qu'il faut fournir à un noyau pour le dissocier en ses nucléons isolés et au repos.

2.2. Le défaut de masse est égal à la différence entre la somme des masses des nucléons séparés et la masse du noyau. Il est positif par définition.

$\boxed{\Delta m = Z.m_P + (A - Z).m_n - m(^{30}P)}$

$\Delta m = (15 \times 1{,}007\ 28 + (30 - 15) \times 1{,}008\ 66 - 29{,}970\ 06) \times 1{,}660\ 5 \times 10^{-27}$

$\Delta m = (0{,}269\ 04) \times 1{,}660\ 5 \times 10^{-27} = \mathbf{4{,}4674 \times 10^{-28}\ kg}$

2.3.1. $\boxed{E_l = \Delta m.c^2}$

$E_l = 4{,}4674 \times 10^{-28} \times (2{,}997\ 92 \times 10^{8})^2 = \mathbf{4{,}0151 \times 10^{-11}\ J}$ (*Calcul avec la valeur de Δm non arrondie)*

E_l (eV) = E_l(J) / $(1{,}602\ 18 \times 10^{-19}) = 2{,}5066 \times 10^{8}$ eV = **250,66 MeV**

E_l / A = E_l(MeV)/30

E_l / A = 8,3554 MeV/nucléon

2.3.2. E_l / A (^{31}P) = 8,48 MeV/nucléon

E_l / A (^{31}P) > E_l / A (^{30}P), le noyau de phosphore 31 est plus stable que celui de phosphore 30.