

### 1. Période propre d'un oscillateur harmonique

1.1. (0,5) Ni le graphe  $T_0 = f(m)$  de la figure 1 ni le graphe  $T_0 = f(k)$  de la figure 2 ne sont des droites passant par l'origine. La période propre  $T_0$  de l'oscillateur harmonique n'est donc ni proportionnelle à la masse  $m$  du solide ni proportionnelle à la constante de raideur  $k$  du ressort.

1.2. (1) Le graphe  $T_0 = f\left(\sqrt{\frac{1}{k}}\right)$  de la figure 3 est une droite qui passe par l'origine donc la période propre  $T_0$  est proportionnelle à  $\sqrt{\frac{1}{k}}$ . On peut éliminer les expressions  $T_0 = m \times k$  et  $T_0 = 2\pi \times \frac{m}{k}$ .

En revanche les deux expressions  $T_0 = 2\pi \times \sqrt{\frac{m}{k}}$  et  $T_0 = 2\pi \times \sqrt{\frac{1}{m \times k}}$  peuvent a priori convenir.

Cependant, le graphe de la figure 2 montre que  $T_0$  augmente lorsque  $m$  augmente. Alors seule l'expression  $T_0 = 2\pi \times \sqrt{\frac{m}{k}}$  convient.

### 2. Spectre infrarouge

2.1. (0,5) La masse réduite  $m_r$  pour la liaison covalente O-H est :  $m_r = \frac{m(O) \times m(H)}{m(O) + m(H)}$

2.2. (0,5) On a :  $m(O) = n(O) \times M(O)$  et  $n(O) = \frac{N(O)}{N_A}$  avec  $N(O) = 1$  car il y a un seul atome d'oxygène dans la liaison O-H. Par conséquent :  $m(O) = \frac{M(O)}{N_A}$ .

De même pour l'atome d'hydrogène on peut écrire :  $m(H) = \frac{M(H)}{N_A}$ .

En reportant les expressions de  $m(O)$  et  $m(H)$  dans l'expression de la masse réduite, il vient :

$$m_r = \frac{\frac{M(O)}{N_A} \times \frac{M(H)}{N_A}}{\frac{M(O)}{N_A} + \frac{M(H)}{N_A}} = \frac{\frac{1}{N_A^2} \times (M(O) \times M(H))}{\frac{1}{N_A} \times (M(O) + M(H))} = \frac{1}{N_A} \times \frac{(M(O) \times M(H))}{M(O) + M(H)}$$

finalement :  $m_r = \frac{M(O) \times M(H)}{(M(O) + M(H)) \times N_A}$ .

$$m_r = \frac{16,0 \times 1,0}{(16,0 + 1,0) \times 6,02 \times 10^{23}} = 1,6 \times 10^{-24} \text{ g} = 1,6 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad (\text{valeur exacte stockée en mémoire})$$

2.3. (0,5) La fréquence propre est :  $f_0 = \frac{1}{T_0}$  et  $T_0 = 2\pi \times \sqrt{\frac{m_r}{k}}$  donc  $f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{m_r}{k}}}$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{1,5634 \dots \times 10^{-27}}{7,2 \times 10^2}}} = 1,080063 \times 10^{14} \text{ Hz} = 1,1 \times 10^{14} \text{ Hz.} \quad (\text{valeur exacte stockée en mémoire})$$

2.4. (1) La longueur d'onde dans le vide associée à  $f_0$  s'écrit :  $\lambda = \frac{c}{f_0}$ .

$$\lambda = \frac{3,00 \times 10^8}{1,080063 \times 10^{14}} = 2,7776 \times 10^{-6} \text{ m} = 2,8 \times 10^{-6} \text{ m} = 2,8 \text{ } \mu\text{m}.$$

D'après le document 5, il existe un mode de vibration d'élongation symétrique de longueur d'onde de 2,74  $\mu\text{m}$ .

Cette valeur est très proche de celle calculée, il s'agit d'une vibration d'élongation.