EXERCICE II : LE RUGBY, SPORT DE CONTACT ET D'ÉVITEMENT

1. Le rugby, sport de contact

1.1. (0,25 pt) Les vitesses sont définies dans le référentiel terrestre lié au sol.

1.2. (0,25 pt) Le système S = { joueur A + joueur B } étant supposé isolé, la quantité de mouvement du système S est conservée avant et après l'impact :

$$\vec{p}_{S,avant} = \vec{p}_{S,après}$$

Schématiquement, on a : **Avant impact** **Après impact**

$$\vec{p}_A + \vec{p}_B = \vec{p}_{S,après}$$

$$m_A.\overrightarrow{v_A} + m_B.\overrightarrow{v_B} = (m_A + m_B).\overrightarrow{v_S}$$

Or $v_B \approx 0$ donc $\overrightarrow{v_B} = \vec{0}$: $m_A.\overrightarrow{v_A} = (m_A + m_B).\overrightarrow{v_S}$

En projection selon un axe horizontal lié au sol, orienté dans le sens du mouvement de A, il vient : $m_A.v_A = (m_A + m_B).v_S$

(0,5 pt) Finalement : $\boxed{v_S = \frac{m_A}{m_A + m_B}.v_A}$

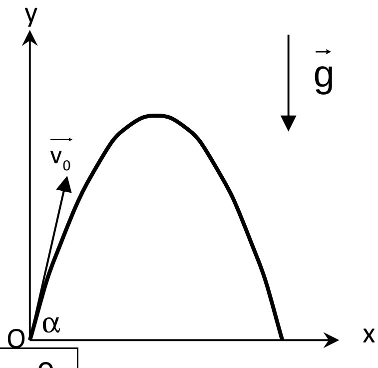
(0,5 pt) $v_S = \frac{115}{115+110} \times 5{,}0$ = 2,6 m.s^{-1}.

2. Le rugby, sport d'évitement.

2.1. Étude du mouvement du ballon

2.1.1. On étudie le système { ballon }, de masse m constante, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Les actions dues à l'air étant négligées, le ballon n'est soumis qu'à son poids, $\vec{P} = m.\vec{g}$.

La deuxième loi de Newton appliquée au ballon donne :



(0,25 pt) $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m.\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}.\vec{v} + m.\frac{d\vec{v}}{dt}$

(0,25 pt) Or m = cte donc $\frac{d\vec{p}}{dt} = m.\vec{a}$

Soit $\vec{P} = m.\vec{a}$, $m\vec{g} = m\vec{a}$

d'où : $\vec{a} = \vec{g}$.

(0,5 pt) En projection dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, il vient : $\boxed{\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}}$

2.1.2. (1 pt) On a : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ soit $\vec{a}\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$ donc $\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -g \cdot t + C_2 \end{cases}$

où C_1 et C_2 sont des constantes d'intégration qui dépendent des conditions initiales.

Or $\vec{v}(t=0) = \overrightarrow{v_0}$ avec $\overrightarrow{v_0}\begin{cases} v_{0x} = v_0.\cos\alpha \\ v_{0y} = v_0.\sin\alpha \end{cases}$ donc $\begin{cases} C_1 = v_0.\cos\alpha \\ 0 + C_2 = v_0.\sin\alpha \end{cases}$ $\boxed{\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0.\cos\alpha \\ v_y = -g \cdot t + v_0.\sin\alpha \end{cases}}$

Et : $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ soit $\vec{v}\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0.\cos\alpha \\ \frac{dy}{dt} = -g\cdot t + v_0.\sin\alpha \end{cases}$ donc $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = (v_0.\cos\alpha).t + C'_1 \\ y(t) = -\frac{1}{2}g\cdot t^2 + (v_0.\sin\alpha.)t + C'_2 \end{cases}$

où C'_1 et C'_2 sont des constantes d'intégration.

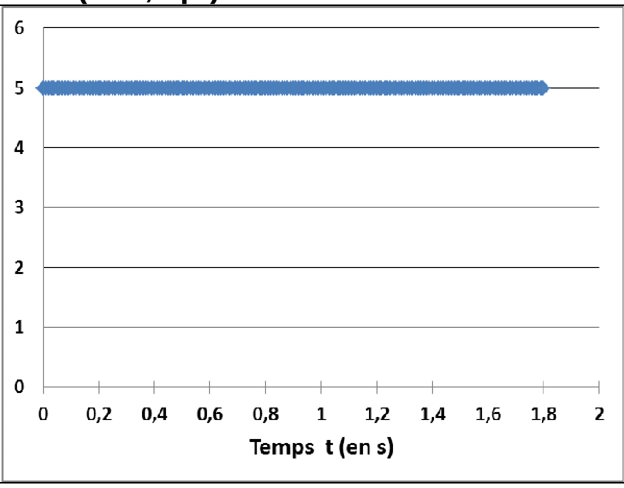
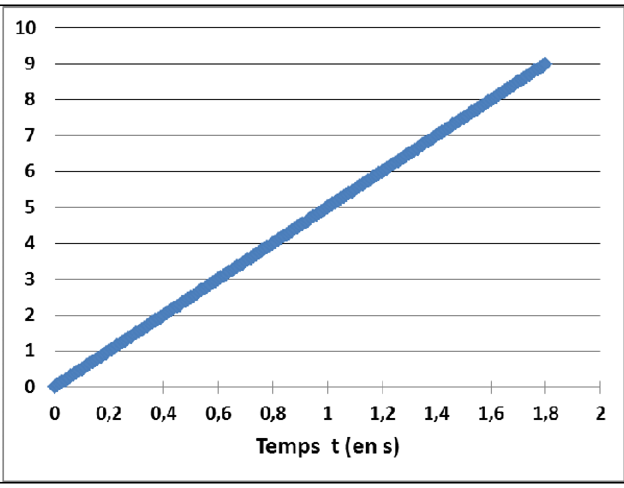
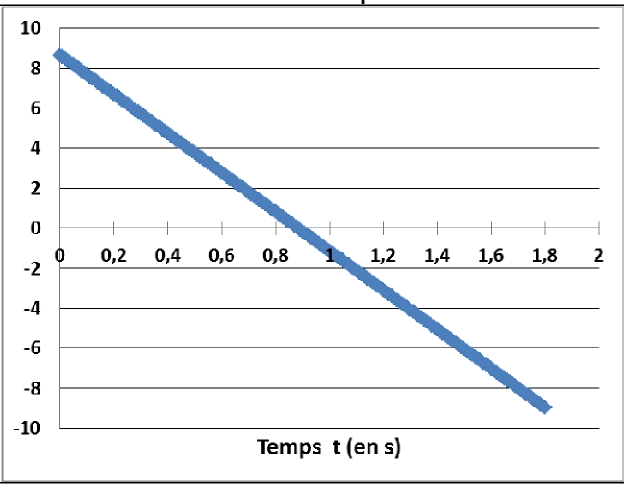
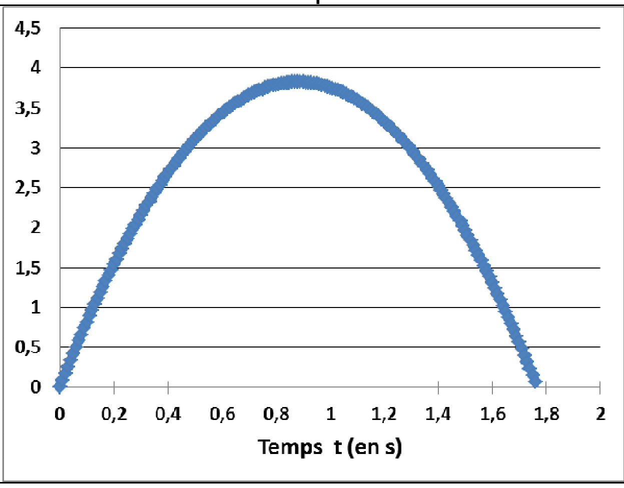
Or $\overrightarrow{OM}(t=0) = \vec{0}$ donc $\begin{cases} 0 + C'_1 = 0 \\ 0 + 0 + C'_2 = 0 \end{cases}$ Finalement : $\boxed{\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = (v_0.\cos\alpha).t \\ y(t) = -\frac{1}{2}g\cdot t^2 + (v_0.\sin\alpha).t \end{cases}}$

2.1.3. (0,25 pt) On isole le temps « t » de l'équation $x = (v_0.\cos\alpha).t$ soit $t = \frac{x}{v_0.\cos\alpha}$

Pour avoir l'équation de la trajectoire y(x), on reporte l'expression de t dans y(t) :

$y(x) = -\frac{1}{2}g\cdot\left(\frac{x}{v_0.\cos\alpha}\right)^2 + v_0.\sin\alpha.\left(\frac{x}{v_0.\cos\alpha}\right)$ soit $\boxed{y(x) = -\frac{g}{2.(v_0.\cos\alpha)^2}.x^2 + \tan\alpha.x}$

2.1.4. (4X0,5 pt)

	
Équation : **$v_x(t) = v_0.\cos\alpha$** Justification : le graphe est une droite horizontale. Seule la composante v_x est constante au cours du temps.	Équation : **$x(t) = v_0.\cos\alpha.t$** Justification : le graphe est une droite passant par l'origine. Seule la composante x(t) est une fonction linéaire du temps.
	
Équation : **$v_y(t) = -g.t + v_0.\sin\alpha$** Justification : le graphe est une droite décroissante, donc son coefficient directeur est négatif. Seule la composante v_y est une fonction affine avec un coefficient directeur négatif (– g).	Équation : **$y(t) = -½.g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t$** Justification : le graphe est une parabole de concavité tournée vers le bas. Seule la composante y(t) est une fonction parabolique du temps.

2.2 Une « chandelle » réussie

2.2.1. (0,5 pt) Lorsque le ballon touche le sol, y(t) = 0

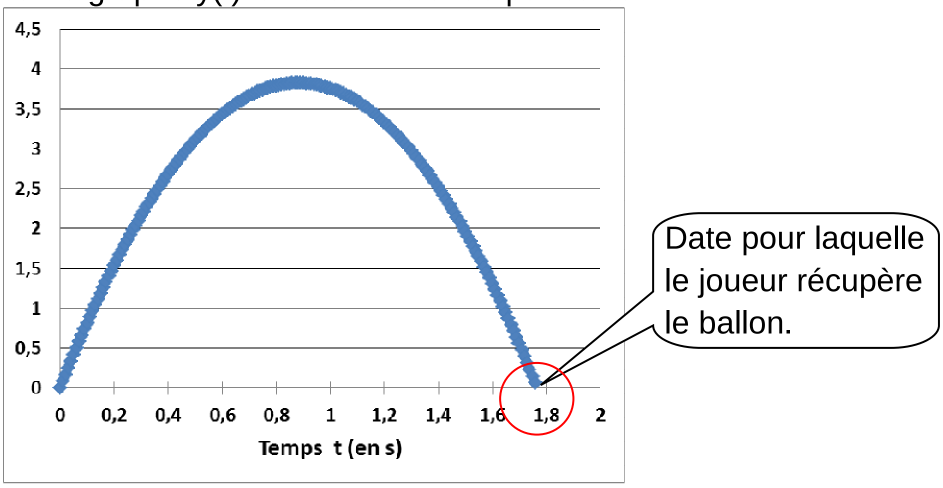
soit $-\frac{1}{2}g\cdot t^2 + v_0.\sin\alpha.t = 0$ donc $\left(-\frac{1}{2}g\cdot t + v_0.\sin\alpha\right).t = 0$

La solution t = 0 correspond au moment où le ballon est frappé par le rugbyman à l'origine du repère. La solution $-\frac{1}{2}g\cdot t + v_0.\sin\alpha = 0$ correspond à la date pour laquelle le joueur récupère le ballon :

$-\frac{1}{2}g\cdot t + v_0.\sin\alpha = 0$ soit $\frac{1}{2}g\cdot t = v_0.\sin\alpha$ d'où : $\boxed{t = \frac{2.v_0.\sin\alpha}{g}}$

(0,25 pt) $t = \frac{2\times 10\times \sin(60)}{9,81}$ = **1,8 s.**

(0,5 pt) On vérifie bien sur le graphe y(t) la valeur obtenue par calcul :



2.2.2.

Méthode 1 : **(0,5pt)** pour que la chandelle soit réussie, la vitesse v_1 du joueur doit être égale à la composante horizontale v_x de la vitesse du ballon soit :

$$v_1 = v_0.\cos\alpha$$

$$v_1 = 10,0\times\cos(60) = \mathbf{5,0\ m.s^{-1}}$$

Méthode 2 : (0,5pt) pendant la durée t = 1,8 s du vol du ballon, le joueur parcourt la distance d = x(t= 1,8 s) :

$$x(t) = v_0.\cos\alpha.t$$

$$d = 10,0\times\cos(60)\times 1,8 = 9,0\ m$$

La vitesse v_1 du joueur est alors : $v_1 = \frac{d}{t}$ soit : $v_1 = \frac{9,0}{1,8}$ = **5,0 m.s⁻¹.**