

EXERCICE I – COLLISIONS AU LHC (6 points)

1. À propos du boson de Higgs

1.1. (0,5) L'observation du boson de Higgs confirme la théorie de Higgs, Brout et Englert. Cette théorie permet de comprendre pourquoi les particules élémentaires ont une masse, ce qui complète la théorie du modèle standard.

1.2. (0,5) L'observation du boson de Higgs nous ramène dans un passé extrêmement lointain, autour de 10^{-10} s après le Big Bang, soit vers la naissance de l'Univers.

2. Apport de la relativité restreinte

2.1. (0,5) $E_C = (\gamma - 1).m_p.c^2$ avec $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

Si $v \rightarrow c$ alors $\gamma \rightarrow \infty$ alors $E_C \rightarrow \infty$

2.2. (1) Le guide du LHC indique :

Pour $v_0 = 0,999\,997\,828.c$, alors $E_{C0} = 450$ GeV

Pour $v_1 = 0,999\,999\,991.c$, alors $E_{C1} = 15.E_{C0}$

Exprimons le rapport $\frac{E_{C1}}{E_{C0}}$:

$$E_C = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) . m_p . c^2$$

$$\frac{E_{C1}}{E_{C0}} = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} - 1 \right) . m_p . c^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} - 1 \right) . m_p . c^2} = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,999999991^2 . c^2}{c^2}}} - 1 \right)}{\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,999997828^2 . c^2}{c^2}}} - 1 \right)} = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0,999999991^2}} - 1 \right)}{\left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0,999997828^2}} - 1 \right)}$$

$$\frac{E_{C1}}{E_{C0}} = 15,565 \text{ soit environ } 16.$$

L'énergie cinétique d'un proton a été multipliée par 16, ce qui est cohérent avec le guide du LHC qui indique un facteur d'environ 15.

2.3. (0,75) $E_{totale} = E_c + E_m$

$$E_{totale} = (\gamma - 1).m_p.c^2 + m_p.c^2$$

$$E_{totale} = \gamma . m_p.c^2 - m_p.c^2 + m_p.c^2$$

$$E_{totale} = \gamma . m_p.c^2$$

Comme $E_c = (\gamma - 1).m_p.c^2$ on peut considérer $E_{totale} = E_c$ si $\gamma - 1 = \gamma$ donc si -1 est négligeable face à γ .

Calculons la valeur du facteur de Lorentz avec les protons animés d'une vitesse v_0 (les plus lents, ainsi γ sera le plus faible).

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,999997828^2 \cdot c^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,999997828^2}} = 4,79794569 \times 10^2$$

On vérifie effectivement que $\gamma \gg 1$, donc l'énergie totale du proton est pratiquement égale à son énergie cinétique.

3. Manipulation à haute énergie

3.1. (0,5) L'énergie de collision entre les deux protons est égale à la somme de leurs énergies cinétiques : $E_{collision} = 2E_{cp}$

On utilise les données du document 3 : Les protons à pleine vitesse possèdent une énergie cinétique quinze fois supérieure à celle qu'ils ont au moment où ils pénètrent dans le LHC.

$$E_{cp} = 15 \times 450 \text{ GeV}$$

$E_{collision} = 2 \times 15 \times 450 \text{ GeV} = 1,35 \times 10^4 \text{ GeV} = 13,5 \text{ TeV}$ et en ne conservant que deux chiffres significatifs, on vérifie bien que $E_{collision} = 14 \text{ TeV}$.

Autre méthode : On calcule l'énergie cinétique des protons les plus rapides, de vitesse v_1 :

$$E_{cp} = (\gamma - 1) \cdot m_p \cdot c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot m_p \cdot c^2$$

$$E_{cp} = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0,999999991^2}} - 1 \right) \times 1,672\,621 \times 10^{-27} \times 299\,792\,458^2 = 1,120326 \times 10^{-6} \text{ J}$$

On stocke la valeur non arrondie en mémoire de la calculatrice.

$$E_{collision} = 2E_{cp}$$

$$E_{collision} = 2 \times 1,1203261 \times 10^{-6} = 2,240652 \times 10^{-6} \text{ J}$$

On convertit en TeV

$$E_{collision} = \frac{2,2406522 \times 10^{-6}}{1,60 \times 10^{-19} \times 10^{12}} = 14,0 \text{ TeV}$$

Cette méthode donne bien le résultat avec trois chiffres significatifs comme le sujet le demande.

3.2. (1) Chaque proton possède une énergie totale de 7,00 TeV.

Il circule 2808 paquets contenant chacun 110 milliards de protons.

L'énergie cinétique de l'ensemble des protons vaut : $7,00 \times 2808 \times 110 \times 10^9 = 2,16 \times 10^{15} \text{ TeV}$

On convertit cette énergie en joules : $1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV} = 10^{12} \times 1,60 \times 10^{-19} = 1,60 \times 10^{-7} \text{ J}$

L'ensemble des protons ont une énergie de $2,16 \times 10^{15} \times 1,60 \times 10^{-7} = 3,46 \times 10^8 \text{ J}$, soit un **ordre de grandeur de 10^8 J** .

Énergie cinétique d'une rame de TGV lancée à pleine vitesse, supposons $v = 360 \text{ km.h}^{-1}$.

Alors $v = 100 \text{ m.s}^{-1}$, soit un ordre de grandeur de 10^2 m.s^{-1} .

$$E_{cTGV} = \frac{1}{2} \cdot m_{TGV} \cdot v^2$$

$$E_{cTGV} = \frac{1}{2} \times 444 \times 10^3 \times (10^2)^2 = 2,22 \times 10^9 \text{ J}, \text{ donc un ordre de grandeur de } 10^9 \text{ J}$$

L'énergie cinétique de l'ensemble des protons est de l'ordre d'un dixième de celle d'une rame de TGV à pleine vitesse.

4. Quelle durée de vie au LHC ?

4.1. (0,25) La durée de vie propre du méson est définie dans le référentiel propre. Donc dans le référentiel où les deux événements « naissance » et « mort » ont lieu au même endroit, c'est-à-dire dans le référentiel {méson}.

4.2. (1) Dans le référentiel du laboratoire le méson parcourt la distance d avec une vitesse pratiquement égale à c .

$$v = c = \frac{d}{\Delta T} \text{ donc } \Delta T = \frac{d}{c}.$$

$$\Delta T = \frac{1,0 \times 10^{-2}}{299792458} = 3,3 \times 10^{-11} \text{ s}$$

On trouve $\Delta T > \Delta T_0$, ce qui est cohérent avec $\Delta T = \gamma \cdot \Delta T_0$.

En effet $\gamma > 1$, ce qui signifie que la vitesse du proton est suffisamment proche de celle de la lumière pour que la dilatation des durées soit perceptible.