

EXERCICE II : LE SPECTROMÈTRE DE MASSE (9,5 points)

1. Étude d'un spectre de masse

1.1. D'après le document 1, l'abscisse du pic moléculaire situé le plus à droite sur le spectre de masse est égale à la masse molaire de la molécule de pentan-2-one soit $86 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Calculons la masse molaire moléculaire de la pentan-2-one :

$$M(\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}) = 5.M(\text{C}) + 10.M(\text{H}) + M(\text{O}) \\ = 5 \times 12 + 10 \times 1,0 + 16$$

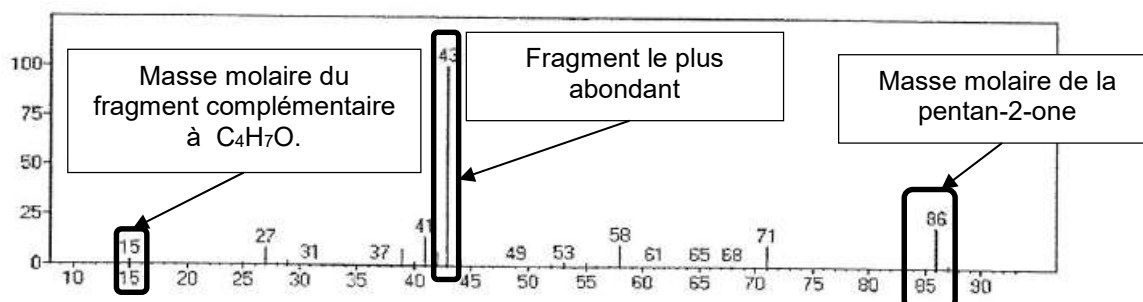
$$M(\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}) = \mathbf{86 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}}$$

On retrouve bien la valeur indiquée sur le spectre de masse.

1.2. On a : $M(\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}) = M(\text{C}_4\text{H}_7\text{O}) + M(\text{fragment complémentaire})$

$$\text{Soit } M(\text{fragment complémentaire}) = M(\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}) - M(\text{C}_4\text{H}_7\text{O}) \\ = 86 - 71 = \mathbf{15 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}}$$

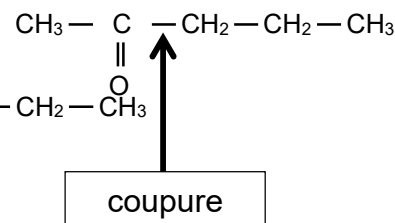
L'abscisse du fragment complémentaire est donc égale à $15 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.



1.3.1. Formule semi-développée de la pentan-2-one : $\text{CH}_3 - \underset{\text{O}}{\underset{\parallel}{\text{C}}} - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_3$

1.3.2. Le fragment le plus abondant est celui dont le pic a l'ordonnée la plus élevée ; il s'agit du pic d'abscisse $43 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Cette masse molaire correspond à celle de la chaîne carbonée $-\text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \underset{\text{O}}{\underset{\parallel}{\text{C}}} - \text{CH}_3$ ainsi que celle du groupe d'atomes : $\text{CH}_3 - \underset{\text{O}}{\underset{\parallel}{\text{C}}}$



En effet $M(\text{C}_3\text{H}_7) = 3 \times 12 + 7 \times 1,0 = 43 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Et $M(\text{C}_2\text{H}_3\text{O}) = 2 \times 12 + 3 \times 1,0 + 16 = 43 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

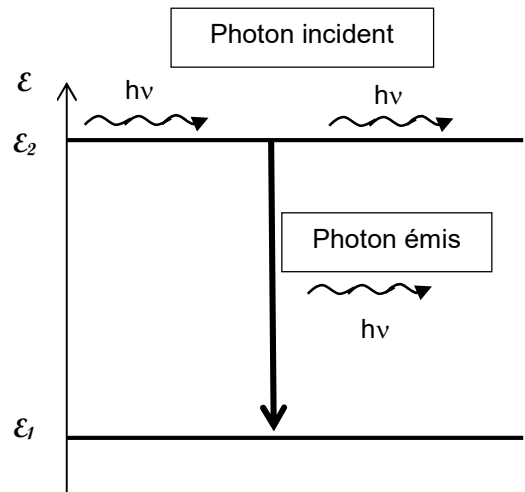
La liaison a été coupée au niveau de la flèche indiquée sur la formule semi-développée ci-dessus.

2. Obtention des fragments ionisés.

2.1. La longueur d'onde de la lumière émise par le laser est $\lambda = 337,1 \text{ nm}$. Elle est inférieure à 400 nm et appartient au domaine du rayonnement ultraviolet.

2.2. La lumière émise par le laser est directive	VRAI	La surface de l'impact sur la cible est très petite : $500 \mu\text{m} \times 600 \mu\text{m}$. Le diamètre du faisceau laser correspond à environ $500 \mu\text{m}$.
La lumière émise par le laser est polychromatique	FAUX	La lumière émise par le laser est monochromatique car elle n'est constituée que d'une seule longueur d'onde $\lambda = 337,1 \text{ nm}$.
Le laser produit une impulsion toutes les 10 ms	FAUX	La fréquence des impulsions est de $f = 10 \text{ Hz}$. Cela correspond à une période des impulsions égale à $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10} = 0,10 \text{ s}$ soit 100 ms .

2.3. Lors d'une émission stimulée, un photon incident interagit avec un atome dans un état excité. Le photon incident provoque l'émission d'un second photon par cet atome. L'énergie $\mathcal{E} = h \cdot \nu$ du photon incident doit être égale à la différence d'énergie $\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$ entre deux niveaux d'énergie de cet atome. Le photon incident et le photon émis ont même fréquence, même direction et sens de propagation et sont en phase.



https://youtu.be/UDxdq_oqgR8

2.4. L'existence de la molécule de propanone sur Terre montre que la puissance lumineuse de la lumière solaire par m^2 est insuffisante pour la fragmenter. Il faut donc un laser dont la puissance lumineuse par m^2 soit **supérieure** à $1 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}$.

Le laser du spectromètre fournit une puissance lumineuse de $P = 30 \text{ kW}$ répartie sur la surface du capteur $S = 500 \times 10^{-6} \times 600 \times 10^{-6} = 3,00 \times 10^{-7} \text{ m}^2$.

Déterminons la puissance lumineuse par m^2 de ce laser :

$$P = 30 \text{ kW} \rightarrow S = 3,00 \times 10^{-7} \text{ m}^2$$

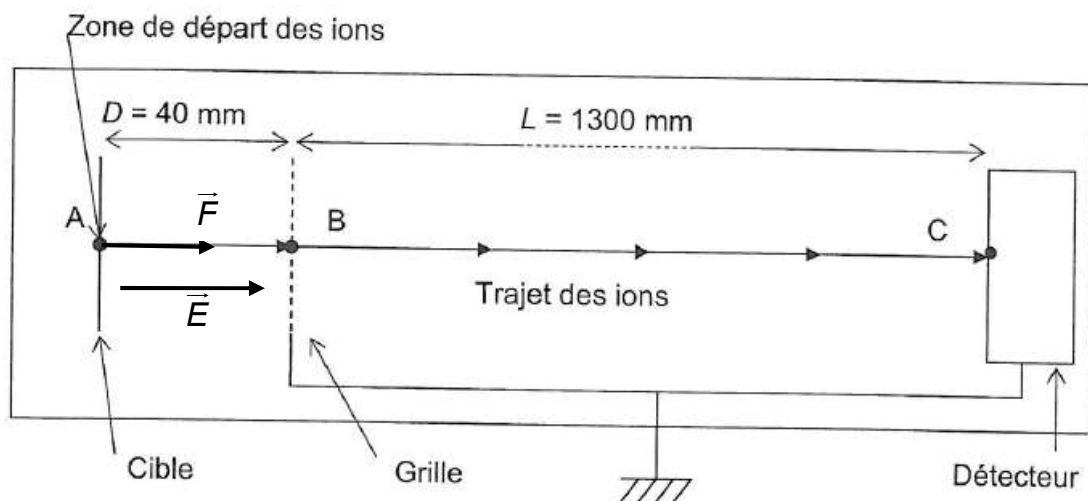
$$P_s = ? \rightarrow 1 \text{ m}^2$$

$$P_s = \frac{30}{3,00 \times 10^{-7}} = 1,0 \times 10^8 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}$$

Cette puissance est très nettement supérieure à 1 kW (100 millions de fois plus).

3. Détection des fragments

3.1.1. Pour que les fragments soient accélérés de la cible vers la grille, la force électrique \vec{F} doit être horizontale et orientée vers la droite. Les fragments ionisés F_i^+ ont une charge $q_i = e$ positive, on a donc : $\vec{F} = e \cdot \vec{E}$. Ainsi le champ électrique \vec{E} est colinéaire et de même sens que la force électrique \vec{F} .



3.1.2. D'après l'énoncé, l'énergie cinétique $\mathcal{E}_c(B)$ d'un fragment au point B est égale au travail de la force électrique qu'il subit entre les points A et B :

$$\mathcal{E}_c(B) = W_{AB}(\vec{F}) \quad \text{soit} \quad \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \vec{F} \cdot \vec{AB} \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{2} m v^2 = F \cdot AB \cdot \cos 0 = F \cdot AB$$

Comme $F = e \cdot E$ alors $F \cdot AB = e \cdot E \cdot D$ et comme $E = \frac{U}{D}$ alors $F \cdot AB = e \cdot U$

On obtient $\frac{1}{2}mv^2 = eU$ et finalement $v = \sqrt{\frac{2.e.U}{m}}$ en ne conservant que la solution positive.

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 20 \times 10^3}{7,1 \times 10^{-26}}} = 3,0 \times 10^5 \text{ m.s}^{-1}.$$

3.1.3. La théorie de la relativité restreinte donne la relation entre la durée mesurée Δt_m et la

durée propre Δt_p : $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$ avec $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

$$\text{Calculons } \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{3,0 \times 10^5}{3,0 \times 10^8} \right)^2 = 1,0 \times 10^{-6} \ll 1 \text{ donc } \gamma \cong 1.$$

La dilatation des durées n'est pas perceptible ici.

3.2. Entre la grille et le détecteur, il n'y a plus de champ électrique : les fragments ne subissent donc plus de force électrique. Par ailleurs, le poids de chaque fragment est négligé dans l'étude. Ainsi entre la grille et le détecteur, les fragments ne sont soumis à aucune force.

Or la première loi de Newton indique : « Dans un référentiel galiléen, si un système n'est soumis à aucune force ou s'il est soumis à un ensemble de forces qui se compensent, alors le système est immobile ou en mouvement rectiligne et uniforme ».

À la sortie de la grille, les fragments ont une vitesse v non nulle, donc d'après la première loi de Newton ils ont un mouvement rectiligne et uniforme.

3.3.1. Le temps de vol TOF est la durée pour qu'un fragment parcourt la distance entre la cible et le détecteur : $\text{TOF} = t_{CG} + t_{GD}$

avec t_{CG} la durée du parcours entre la cible et la grille
et t_{GD} celle entre la grille et le détecteur.

Soit L la distance séparant la grille du détecteur alors, le fragment ayant un mouvement

rectiligne et uniforme à la vitesse v on a : $v = \frac{L}{t_{GD}}$ soit $t_{GD} = \frac{L}{v} = L \cdot \sqrt{\frac{m}{2e.U}}$.

Entre la cible et la grille la durée t_{CG} s'obtient en appliquant la deuxième loi de Newton au fragment de masse m constante, dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \text{ donc } e \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a} \text{ soit } \vec{a} = \frac{e \cdot \vec{E}}{m}$$

$$\text{Or } \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \text{ donc } \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{e \cdot \vec{E}}{m}.$$

En projetant sur un axe horizontal orienté positivement vers le détecteur et d'origine A, il vient :

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{e.E}{m} \text{ soit en primitivant : } v_x(t) = \frac{e.E}{m} \cdot t + C_1$$

À $t = 0$, en A, le fragment ayant une vitesse nulle : $v_x(0) = 0$ donc $0 + C_1 = 0$.

$$\text{Soit : } v_x(t) = \frac{e.E}{m} \cdot t.$$

$$\text{Comme } v_x = \frac{dx}{dt}, \text{ en primitivant on obtient } x(t) = \frac{e.E}{2m} \cdot t^2 + C_2$$

En $t = 0$ s, le fragment est en A origine du repère $x(t=0) = 0$ donc $C_2 = 0$.

$$\text{En } t = t_{CG}, \text{ on a } x(t_{CG}) = \frac{e.E}{2m} \cdot t_{CG}^2 = D$$

$$\text{Alors } t_{CG} = \sqrt{\frac{D \cdot 2m}{e \cdot E}} = \sqrt{\frac{D \cdot 2m}{e \cdot \frac{U}{D}}} = \sqrt{\frac{D^2 \cdot 2m}{e \cdot U}} = D \cdot \sqrt{\frac{2m}{e \cdot U}}$$

$$\text{Finalement : } \text{TOF} = D \cdot \sqrt{\frac{2m}{e \cdot U}} + L \cdot \sqrt{\frac{m}{2e \cdot U}}$$

Remarque : autre méthode possible pour trouver t_{CG}

On a montré au 3.1.2. que pour $t = t_{CG}$, on a $v(t_{CG}) = v = \sqrt{\frac{2e.U}{m}}$ donc : $\sqrt{\frac{2e.U}{m}} = \frac{e.E}{m} \cdot t_{CG}$

Soit $t_{CG} = \frac{m}{e.E} \cdot \sqrt{\frac{2e.U}{m}}$, comme $E = \frac{U}{D}$ alors $t_{CG} = \frac{m.D}{e.U} \cdot \sqrt{\frac{2e.U}{m}}$

D'où : $t_{CG} = \sqrt{\frac{m^2.D^2}{e^2.U^2} \cdot \frac{2e.U}{m}} = \sqrt{\frac{m.D^2.2}{e.U}}$

$$t_{CG} = D \cdot \sqrt{\frac{2m}{e.U}}$$

3.3.2. Le TOF est proportionnel à \sqrt{m} avec m la masse des fragments. Les fragments de la molécule ayant des masses différentes ils sont détectés les uns après les autres. Les fragments les plus légers sont détectés avant les plus lourds.

3.3.3. Le TOF augmente lorsque la distance L augmente. Le détecteur pourra d'autant mieux discriminer les fragments que la distance L choisie est grande.