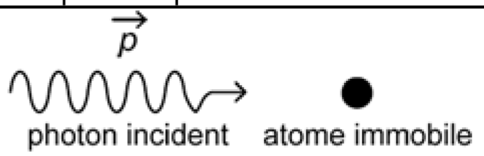
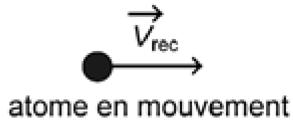
1. Quelques principes mis en œuvre dans le refroidissement d'un nuage d'atomes

1.1. Interaction laser - atome de césium au repos

(1,5pt) Montrer que la valeur de la vitesse de « recul » V_{rec} dans le référentiel du laboratoire, a pour expression : $V_{rec} = \dfrac{h}{\lambda M}$.

D'après l'énoncé, la quantité de mouvement totale du système {atome + photon} se conserve :

$$\overrightarrow{p_{avant}} = \overrightarrow{p_{après}}$$

Avant absorption du photon	Après absorption du photon
 L'atome est immobile et le photon est en mouvement donc $\overrightarrow{p_{avant}} = \overrightarrow{p_{photon}}$.	 $\overrightarrow{p_{après}} = \overrightarrow{p_{atome}} = M.\overrightarrow{V_{rec}}$ (le photon n'existe plus).

$$\text{Ainsi } \overrightarrow{p_{atome}} = \overrightarrow{p_{photon}}$$

$$\text{donc } p_{atome} = p_{photon}$$

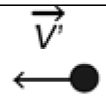
$$M.V_{rec} = \frac{h}{\lambda}$$

On obtient l'expression de la vitesse de recul : $V_{rec} = \dfrac{h}{\lambda.M}$

$$v_{rec} = \frac{6,63\times10^{-34}}{852\times10^{-9}\times2,207\times10^{-25}} = 3,53\times10^{-3}\text{m.s}^{-1} = \mathbf{3,53\ mm.s^{-1}}$$

1.2. Interaction laser - atome de césium en mouvement dans le référentiel du laboratoire

1.2.1. (1pt) Vu que la quantité de mouvement totale du système {atome + photon} se conserve : $\overrightarrow{p_{avant}} = \overrightarrow{p_{après}}$.

Avant absorption du photon	Après absorption du photon
 L'atome et le photon sont en mouvement donc $\overrightarrow{p_{avant}} = \overrightarrow{p_{photon(a)}} + \overrightarrow{p_{atome(a)}}$.	 $\overrightarrow{p_{après}} = \overrightarrow{p_{atome(b)}}$ (le photon n'existe plus).

$$\text{Ainsi } \overrightarrow{p_{photon(a)}} + \overrightarrow{p_{atome(a)}} = \overrightarrow{p_{atome(b)}}$$

En projetant sur l'axe de déplacement de l'atome et du photon (orienté de gauche à droite) :

$$p_{photon(a)} - p_{atome(a)} = -p_{atome(b)}$$

(les vecteurs quantité de mouvement de l'atome et du photon ont même direction mais des sens opposés)

$$\frac{h}{\lambda} - M.V = -M.V' \text{ on retrouve l'expression donnée.}$$

(0,5pt) On a vu au 1.1. que $M.V_{rec} = \dfrac{h}{\lambda}$ donc on obtient $M.V_{rec} - M.V = -M.V'$.

En divisant par M, on obtient $V_{rec} - V = - V'$

ainsi $V' = V - V_{rec} < V$: l'absorption d'un photon provoque une diminution de la vitesse de l'atome.

1.2.2 (1pt) Le mouvement de l'atome étant rectiligne, on peut définir son accélération comme sa variation de vitesse par unité de temps : $a = \frac{|\Delta v|}{\Delta t}$

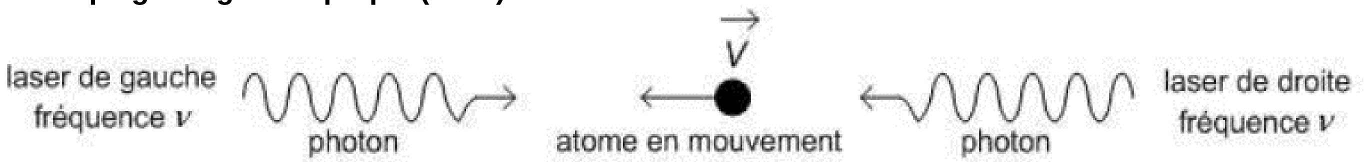
Remarque : cela ne serait pas vrai pour un mouvement circulaire par exemple.

Ici, $a = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{V - V'}{\Delta t} = \frac{V_{rec}}{\Delta t}$

$a = \frac{3,52 \times 10^{-3}}{30 \times 10^{-9}} = 1,2 \times 10^{5}\,\text{m.s}^{-2}$ soit un ordre de grandeur de 10^5 m.s^{-2}.

En chute libre l'atome subit une accélération égale à celle du champ de pesanteur terrestre g = 10 m.s^{-2}.
L'accélération subie lors de l'absorption d'un photon est donc 10^4 fois plus importante que l'accélération de la pesanteur.
On peut négliger les effets de la pesanteur devant ceux dus à l'absorption d'un photon.

1.3. Le piège magnéto-optique (PMO)



1.3.1. (1pt) Les fréquences des deux faisceaux laser perçues par l'atome de césium sont différentes à cause de l'effet Doppler (la distance Laser-atome varie au cours du temps).
L'atome va percevoir la fréquence du laser de gauche plus élevée que ν (la source et le récepteur se rapprochent) qui s'approche et la fréquence du laser de droite plus faible que ν (la source et le récepteur s'éloignent).
Remarque : le son de la sirène d'une ambulance est plus aigu à l'approche (fréquence perçue + élevée) et plus grave lors de l'éloignement (fréquence perçue moins élevée.

1.3.2. (0,5pt) L'atome se dirigeant vers la gauche, il faut qu'il absorbe le photon venant de gauche pour être ralenti (voir 1.2.1.).

1.3.3. (0,75pt) Afin de diminuer la vitesse de l'atome considéré, la fréquence ν est réglée de sorte que l'atome absorbe avec une plus grande probabilité les photons du laser de gauche : il faut donc que la fréquence perçue par l'atome qui se rapproche soit la plus proche possible de ν_{12}.
Or, à cause de l'effet Doppler, cette fréquence sera perçue plus élevée par l'atome qui se rapproche *(comme la sirène d'une ambulance qui se rapproche parait plus aigüe) :* il faut donc que **ν soit légèrement inférieure à ν_{12} (réponse (b))**.

Remarque : on pourrait croire que, par symétrie, le laser de droite « pousse » l'atome vers la gauche mais ce n'est pas le cas car la fréquence des photons venant de droite est encore plus inférieure à ν_{12} à cause de l'effet Doppler et ceux-ci ne sont pas absorbés par l'atome.
Voir : https://www.youtube.com/watch?v=hFkiMWrA2Bc *(en anglais, activez le sous-titrage)*

2. Principe de la fontaine de césium

2.1. (1pt) Par définition $\lambda = \frac{v}{\nu}$, comme une onde électromagnétique se déplace à la célérité v = c alors ici $\lambda = \frac{c}{\nu}$ avec ν : fréquence de la transition hyperfine de l'atome de césium (9193 MHz).

$\lambda = \frac{3,00 \times 10^{8}}{9193 \times 10^{6}} = 3,26 \times 10^{-2}\,\text{m}$ au regard des données, on constate que cela correspond bien au domaine des micro-ondes (2×10^{-3} m ≤ λ ≤ 3×10^{-1} m).

2.2. (1,25pt) En appliquant la 2ème loi de Newton au système {nuage atomique} dans le référentiel de la fontaine considéré galiléen : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m.\vec{a}$ (car m = cte)

Dans l'enceinte sous vide, le système n'étant soumis qu'à son poids :

$$m.\vec{g} = m.\vec{a} \text{ donc } \boxed{\vec{a} = \vec{g}}$$

Par projection suivant l'axe vertical Oz orienté vers le haut : $a_z = -g$

Par définition, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc $a_z = \frac{dv_z}{dt}$, en primitivant on obtient $v_z = -g.t + C_1$

Où C_1 est une constante d'intégration qui dépend des conditions initiales.

À t = 0, $v_z = +\,v_0$ (le vecteur $\overrightarrow{v_0}$ est vertical et orienté vers le haut) donc $\boxed{v_z = -g.t + v_0}$ **(1)**

Soit G le centre d'inertie du nuage atomique, par définition $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ donc $v_z = \frac{dz}{dt}$

En primitivant, on obtient $z = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.t + C_2$

À t = 0, le point G est confondu avec l'origine du repère donc $C_2 = z_0 = 0$

Ainsi $\boxed{z = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.t}$ **(2)**

(0,5pt) Quand le nuage atteint le sommet, sa vitesse est nulle, d'après **(1)** alors $v_z(t_{\max}) = -g.t_{\max} + v_0 = 0$

Donc $\boxed{t_{\max} = \frac{v_0}{g}}$

(0,5pt) La hauteur H de la fontaine est donnée par l'expression **(2)** : $H = z(t_{\max}) = -\frac{1}{2}g.t_{\max}^2 + v_0.t_{\max}$

$$H = -\frac{1}{2}.g.\frac{v_0^2}{g^2} + v_0.\frac{v_0}{g} = -\frac{1}{2}.\frac{v_0^2}{g} + \frac{v_0^2}{g} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Remarques : *- on ne peut appliquer la relation $v = \frac{d}{\Delta t}$ ici car la vitesse n'est pas constante.*

- la conservation de l'énergie mécanique permettrait de trouver H mais pas t_{max}.

2.3. (0,5pt) $\boxed{t_{\max} = \frac{v_0}{g}}$ soit $t_{\max} = \frac{5,0}{9,8} = 0,51$ s

Et $H = \frac{v_0^2}{2g}$, ainsi $H = \frac{5,0^2}{2 \times 9,8} = 1,3$ m

(0,5pt) Le texte d'introduction fait référence au temps séparant les deux passages par la cavité micro-onde. Ce temps est de l'ordre de $2t_{max}$ soit environ 1 s. Les résultats sont donc cohérents avec le texte : « Avec une fontaine haute de **un mètre**, ce temps est de l'ordre de **la seconde** ».

2.4. (0,5pt) D'après l'énoncé (page 1) : « La précision de ce type d'horloge est d'autant plus grande que le temps séparant les deux passages par la cavité à micro-ondes est grand ».
Ainsi, en travaillant dans des conditions de gravité réduite, g est plus faible (dans le référentiel de l'avion) et donc $t_{max} = \frac{V_0}{g}$ est plus élevée (et $H = \frac{V_0^2}{2g}$ également) : la durée séparant les deux passages par la cavité à micro-ondes est plus élevée ce qui améliore la précision de l'horloge atomique embarquée dans les satellites et utilisée dans le système GPS, par exemple.

Sur ce sujet, voir :
Conférence de Jean Dalibard « les atomes froids : un outil pour explorer le monde quantique » :
http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/video-html5/udppc-2015/dalibard/les-atomes-froids-un-outil-pour-explorer-le-monde-quantique