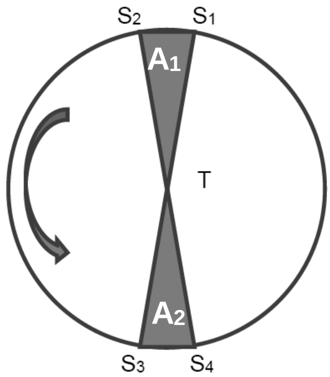
EXERCICE III – SUIVI DU NIVEAU DE LA MER PAR LE SATELLITE SARAL (5 points)

1. Étude des caractéristiques du mouvement de Saral



1.1. (0,5) D'après la 2ème loi de Kepler (ou loi des aires), le rayon vecteur $\overrightarrow{TS}$ (joignant T centre de la Terre à S centre du satellite) balaie des aires égales (en gris sur le schéma) pendant des durées Δt égales.

Précision sur le mouvement du satellite :

(0,25) La trajectoire (=orbite) du satellite est supposée **circulaire** dans le référentiel géocentrique.

Comme l'aire A_1 est égale à l'aire A_2, cela implique que la distance parcourue par le satellite sur la trajectoire est la même **(**$\overset{\frown}{S_1S_2} = \overset{\frown}{S_3S_4}$**)**.

(0,25) Alors la vitesse est constante v = $\dfrac{\overset{\frown}{S_1S_2}}{\Delta t} = \dfrac{\overset{\frown}{S_3S_4}}{\Delta t}$: le mouvement est **uniforme**.

1.2. On étudie le système {satellite}, de masse M_S, dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. Sa trajectoire est un cercle de rayon : $R_T + h$.

Le repère d'étude est le repère de Frénet $(S,\vec{n},\vec{\tau})$ d'origine le satellite S et de vecteur unitaires $\vec{n}$ et $\vec{\tau}$.

(0,25) Le satellite est soumis à la force gravitationnelle exercée par la Terre : $\vec{F}_{T/S} = G.\dfrac{M_S.M_T}{(R_T+h)^2}.\vec{n}$.

(0,25) La deuxième loi de Newton appliquée au satellite avec M_S constante donne : $\overrightarrow{F_{T/S}} = M_S.\vec{a}$

(0,25) soit $G.\dfrac{M_S.M_T}{(R_T+h)^2}.\vec{n} = M_S.\vec{a}$

(0,25) donc $\vec{a} = G.\dfrac{M_T}{(R_T+h)^2}.\vec{n}$

Dans le repère de Frénet, l'accélération d'un objet en mouvement circulaire s'écrit :

(0,25) $\vec{a} = \dfrac{dv}{dt}.\vec{\tau} + \dfrac{v^2}{R_T+h}.\vec{n}$

En égalant les deux expressions précédentes de l'accélération, il vient :

$$\frac{G.M_T}{(R_T+h)^2}.\vec{n} = \frac{v^2}{R_T+h}.\vec{n} + \frac{dv}{dt}.\vec{\tau}$$

Par identification, on a :

$$\begin{cases} \text{sur } \vec{n} : \dfrac{v^2}{R_T+h} = \dfrac{G.M_T}{(R_T+h)^2} \\ \text{sur } \vec{\tau} : \dfrac{dv}{dt} = 0 \end{cases}$$

*(Remarque : Sur $\vec{\tau}$ on a : $\dfrac{dv}{dt} = 0$ alors **v = Cte** : le mouvement du satellite est **uniforme**.)*

Sur $\vec{n}$ on a : $\dfrac{v^2}{R_T+h} = \dfrac{G.M_T}{(R_T+h)^2}$

(0,25) soit $v^2 = \dfrac{G.M_T}{R_T+h}$

Finalement, on retrouve l'expression proposée : $v = \sqrt{\dfrac{G.M_T}{R_T + h}}$

D'après le texte (voir encadré au début), *h* = 800 km (altitude moyenne)

(0,25) $v = \sqrt{\dfrac{6,67\times10^{-11}\times5,98\times10^{24}}{(6371+800)\times10^{3}}}$ = **7,46×10³ m.s⁻¹** *(valeur stockée en mémoire)*

(0,25) Ce résultat est très **proche de la valeur de 7,47 km.s⁻¹** indiquée dans le document. L'hypothèse d'une trajectoire circulaire semble donc cohérente.

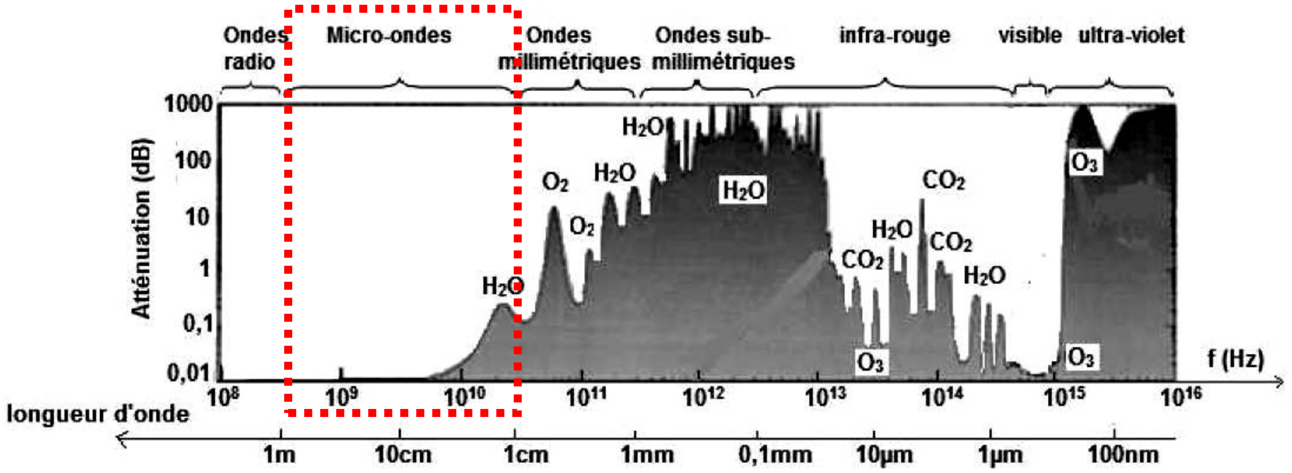
1.3. (0,25) Le satellite a un mouvement circulaire et uniforme : il décrit le périmètre $2\pi.(R_T + h)$ pendant la durée d'une période T à la vitesse v telle que : $v = \dfrac{2\pi.(R_T + h)}{T}$ donc : $T = \dfrac{2\pi.(R_T + h)}{v}$

(0,25) $T = \dfrac{2\pi\times(6371+800)\times10^{3}}{7,46\times10^{3}}$ = 6041 s = **101 min** *(valeur de v non arrondie utilisée)*

(0,25) Cette valeur est **cohérente avec les 100,59 minutes** du texte car notre résultat ne comporte que 3 CS (chiffres significatifs).

2. Évaluation du niveau de la mer Méditerranée grâce aux satellites altimétriques

2.1. (0,25) Les radars altimètres utilisent les micro-ondes car ceux-ci ne sont quasiment pas absorbés par l'atmosphère.



2.2. (0,25) Les autres satellites altimétriques utilisent deux fréquences simultanées dans deux bandes de fréquences différentes pour estimer le contenu en électrons de l'ionosphère et ainsi corriger la distance altimétrique.

Cela est inutile pour la bande Ka utilisée par Saral car celle-ci est très faiblement sensible aux perturbations ionosphériques.

*Rq : il ne faut pas confondre **atténuation** d'un signal (2.1.) et **perturbation** d'un signal (2.2.)*

2.3. (0,25) En utilisant les notations du schéma de l'énoncé : **SSH = S – R**

Le signal effectuant un aller-retour entre Saral et la surface de l'océan : $c = \dfrac{d}{\Delta t} = \dfrac{2.R}{\Delta t}$

(0,25) donc $R = \dfrac{c.\Delta t}{2}$

donc $SSH = S - \dfrac{c.\Delta t}{2}$

(0,25) $SSH = 813474 - \dfrac{2,99792\times10^{8}\times5,40296\times10^{-3}}{2}$ = 3592 m

Résultat cohérent avec les données sur la profondeur de la mer Méditerranée.