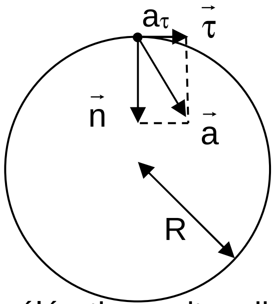
EXERCICE I : PERFORMANCE D'UNE ATHLÈTE (10 points)

1. Étude du mouvement du boulet avant le lâcher du marteau par l'athlète

1.1. Par définition $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, or au cours d'un mouvement circulaire le vecteur vitesse $\vec{v}$ voit sa direction changer continuellement ainsi $\frac{d\vec{v}}{dt} \neq \vec{0}$ et il existe un vecteur accélération.

1.2. Dans le cas d'un mouvement circulaire, le vecteur accélération est centripète (qui tend vers le centre), ainsi on élimine le schéma 4.

Utilisons la base de Frenet pour définir l'accélération dans le cas d'un mouvement circulaire : $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{v^2}{R}\vec{n}$.



Si le mouvement est **accéléré** alors $\frac{dv}{dt}$ > 0,

ainsi la coordonnée a_τ du vecteur accélération suivant le vecteur unitaire $\vec{\tau}$ est positive et $\vec{a}$ est orienté dans le sens de rotation.

Cette situation correspond au **schéma 3**.

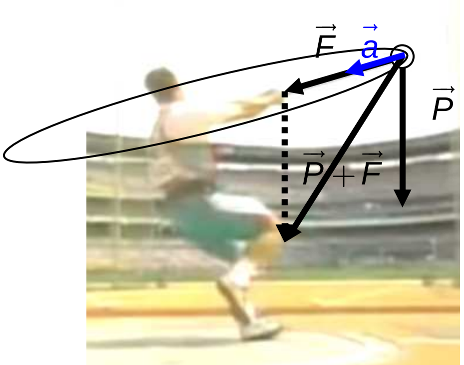
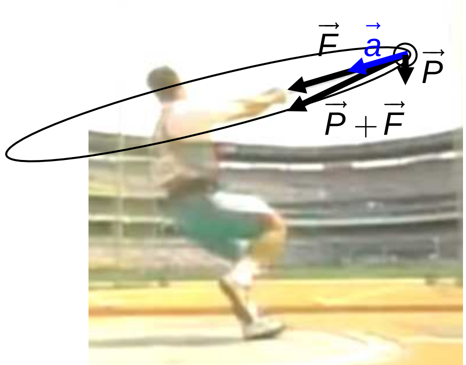
Pour que le mouvement soit **circulaire uniforme**, il faut que le vecteur accélération soit radial (porté par le rayon du cercle car a_τ = $\frac{dv}{dt}$ 0) et centripète. Cette situation est visible sur le **schéma 1**.

<u>Remarque</u> : On peut plus simplement utiliser : $\vec{a}.\vec{v} > 0$ mouvement accéléré, $\vec{a}.\vec{v} = 0$ mouvement uniforme et $\vec{a}.\vec{v} < 0$ mouvement ralenti.

1.3. D'après la seconde loi de Newton appliquée au boulet dans le référentiel terrestre supposé galiléen, on a $\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m.\vec{a}$.

Soit $\vec{P} + \vec{F}$ = m.$\vec{a}$ où $\vec{F}$ est la force exercée par le câble sur le boulet.

$\vec{F}$ et $\vec{a}$ sont visiblement dans le même plan (pas forcément horizontal), c'est donc que $\vec{F} + \vec{P} = \vec{F}$ ainsi $\|\vec{F}\| \gg \|\vec{P}\|$. On peut négliger le poids face à la force du câble.

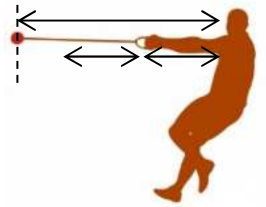
 Poids non négligeable face à la force du boulet alors $\vec{F} + \vec{P}$ n'est pas dans le même plan que $\vec{a}$.	 Plus $\|\vec{F}\|$ est grand face à $\|\vec{P}\|$ et plus $\vec{F} + \vec{P}$ tend à être dans le même plan que $\vec{a}$.

Vidéo de lancer de marteau : https://youtu.be/YSVgz9FLfrM, on remarque que la trajectoire n'est pas dans un plan horizontal.

La deuxième loi de Newton donne alors $\vec{F} = m.\vec{a}$, en supposant le mouvement circulaire et uniforme alors a = $\frac{v^2}{R}$ et on obtient alors F = m. $\frac{v^2}{R}$.

Pour confirmer que le poids est négligeable devant la force exercée par le câble, exprimons le rapport $\frac{F}{P}$.

$$\frac{F}{P} = \frac{m.\frac{v^2}{R}}{m.g} = \frac{v^2}{g.R}$$



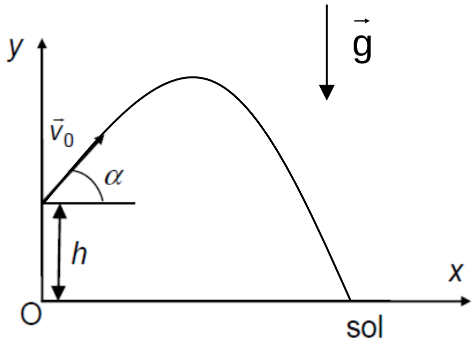
En observant le dessin du lanceur de marteau, on constate que le rayon a une longueur supérieure à deux bras, soit entre 2 et 3 m.
Posons R = 2,5 m.

$$\frac{F}{P} = \frac{26^2}{9{,}8 \times 2{,}5} = 28$$

Alors F = 28.P, on confirme que le poids est négligeable devant la force exercée par le câble.

2. Étude du mouvement du boulet après le lâcher du marteau par l'athlète

2.1. On étudie le système {boulet}, de masse m constante, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Les actions dues à l'air étant négligées, le boulet n'est soumis qu'à son poids, $\vec{P} = m.\vec{g}$.
La deuxième loi de Newton appliquée au boulet donne :



$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m.\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}.\vec{v} + m.\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Or m = cte alors $\frac{dm}{dt} = 0$ donc $\frac{d\vec{p}}{dt} = m.\vec{a}$

Soit $\vec{P} = m.\vec{a}$

$m\vec{g} = m\vec{a}$

d'où : $\vec{a} = \vec{g}$.

En projection dans le repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$, il vient : $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$

On a : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ soit $\vec{a}\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$ donc $\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -g \cdot t + C_2 \end{cases}$

où C_1 et C_2 sont des constantes d'intégration qui dépendent des conditions initiales.

Or $\vec{v}(t=0) = \vec{v_0}$ avec $\vec{v_0}\begin{cases} v_{0x} = v_0.\cos\alpha \\ v_{0y} = v_0.\sin\alpha \end{cases}$ donc $\begin{cases} C_1 = v_0.\cos\alpha \\ 0 + C_2 = v_0.\sin\alpha \end{cases}$ $\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0.\cos\alpha \\ v_y = -g \cdot t + v_0.\sin\alpha \end{cases}$

Et : $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ soit $\vec{v}\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0.\cos\alpha \\ \frac{dy}{dt} = -g \cdot t + v_0.\sin\alpha \end{cases}$ donc $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = \left(v_0.\cos\alpha\right).t + C'_1 \\ y(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + \left(v_0.\sin\alpha.\right)t + C'_2 \end{cases}$

où C'_1 et C'_2 sont des constantes d'intégration.

Or $\overrightarrow{OM}(t=0)\begin{cases} x = 0 \\ y = h \end{cases}$ donc $\begin{cases} 0 + C'_1 = 0 \\ 0 + 0 + C'_2 = h \end{cases}$

Finalement : $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = \left(v_0.\cos\alpha\right).t \\ y(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + \left(v_0.\sin\alpha\right).t + h \end{cases}$

2.2. Il faut déterminer l'abscisse du boulet lorsqu'il touche le sol, soit résoudre

$$y = \frac{-gx^2}{2v_0^2\cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha).x + h = 0$$

Avec α = 45°, v_0 = 26 m.s^{-1}, h = 3,0 m, g = 9,8 m.s^{-2}

$$\frac{-9{,}8x^2}{2\times 26^2\times\cos^2(45)} + \tan(45).x + 3{,}0 = 0$$

$-1{,}449704142\times10^{-2}\ x^2 + x + 3{,}0 = 0$ *(valeur de a stockée en mémoire)*

Polynôme du second degré du type $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4.a.c = 1^2 - (4\times(-1{,}449704142\times10^{-2}) \times 3{,}0) = 1{,}17396$

(valeur non arrondie stockée en mémoire)

Solutions : $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = \dfrac{-1+\sqrt{1{,}17}}{2\times(-1{,}4497\times10^{-2})} = -2{,}9$ m et $x_2 = \dfrac{-1-\sqrt{1{,}17}}{2\times(-1{,}4497\times10^{-2})} = 71{,}86$ m

On ne retient que la solution positive, et avec deux chiffres significatifs x_2 = 72 m.

À l'aide du tableau, on en déduit que l'athlète serait classée à la 11ème place juste derrière Joanna Fiodorow qui a lancé le marteau à 72,37 m.

2.3. Les trois courbes montrent une différence au niveau de la date de touché du sol.

Déterminons cette date t_F pour laquelle $x(t_F) = x_2$.

$x(t_F) = (v_0 . \cos\alpha).t_F$

$t_F = \dfrac{x(t_F)}{v_0.\cos\alpha}$

$t_F = \dfrac{71{,}86}{26\times\cos 45} = 3{,}9$ s. *(valeur non arrondie stockée en mémoire)*

Seule la courbe E_{P2} convient.

2.4. Déterminons les énergies à la date t = 0 s.

$E_P(t = 0) = m.g.h$

$\boldsymbol{E_P(t = 0)}$ = 4,0×9,8×3,0 = 117,6 J = $\mathbf{1{,}2\times10^2}$ **J**

$E_C(t = 0) = \dfrac{1}{2}.m.v_0^2$

$\boldsymbol{E_C(t = 0)}$ = 0,5 × 4,0 × 26² = 1352 J = $\mathbf{1{,}4\times10^3}$ **J**

$E_m(t = 0) = E_C(t = 0) + E_P(t = 0)$

$\boldsymbol{E_m(t = 0)}$ = 117,6 + 1352 = 1469,6 = $\mathbf{1{,}5\times10^3}$ **J**

- À l'instant t_S où le boulet atteint le sommet de la parabole :

En considérant que le mouvement a lieu sans frottements, alors il y a conservation de l'énergie mécanique.

$\boldsymbol{E_m(t = 0) = E_m(t_S)}$

On peut tracer la courbe représentative de l'énergie mécanique.

Pour l'énergie cinétique :

$E_m(t = 0) = E_C(t_S) + E_P(t_S)$

Donc $E_C(t_S) = E_m(t = 0) - E_P(t_S)$

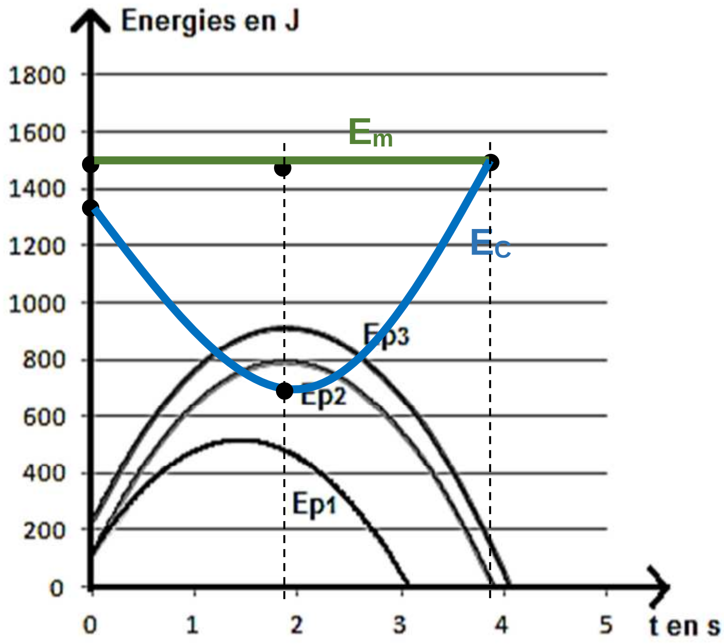
Graphiquement on lit $E_P(t_S)$ = 800 J, alors $\boldsymbol{E_C(t_S)}$ = 1469,6 – 800 = 669,6 = $\mathbf{6{,}7\times10^2}$ **J**

- Enfin juste avant l'instant t_F où le boulet touche le sol :

$E_C(t_F) = E_m(t = 0) - E_P(t_F)$

$\mathbf{E_C(t_F)} = 1469{,}6 - 0 = 1469{,}6 = \mathbf{1{,}5\times10^3\ J}$

On place les trois points pour E_C, que l'on relie par une parabole.

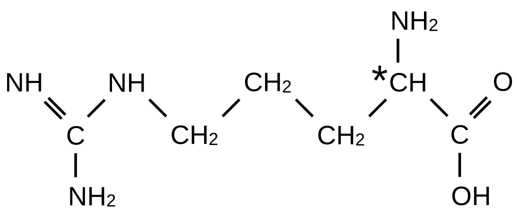


3. Créatine et créatinine chez l'athlète

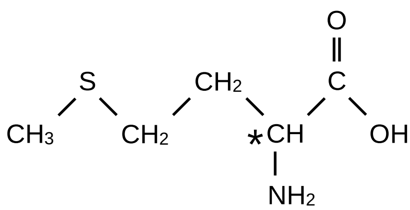
3.1.1. Étude des acides α-aminés nécessaires à la synthèse de la créatine

a. Tous les acides α-aminés possèdent le groupe caractéristique amino $-NH_2$ et sur l'atome de carbone voisin un groupe carboxyle $-COOH$.

b. Une molécule possédant un seul atome de carbone asymétrique C* possède un énantiomère. Utilisons des formules semi-développées pour mieux repérer les C*.



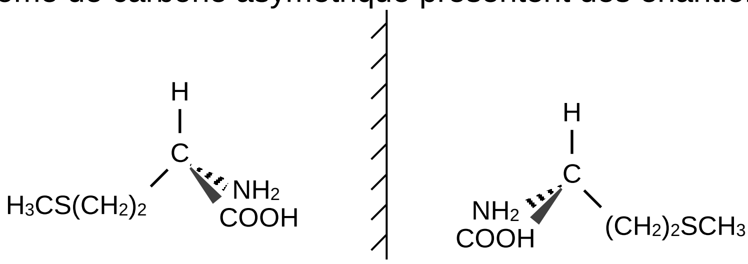
Arginine



Méthionine

Parmi les molécules d'acides α-aminés citées dans le texte, l'arginine et la méthionine avec un seul atome de carbone asymétrique présentent des énantiomères.

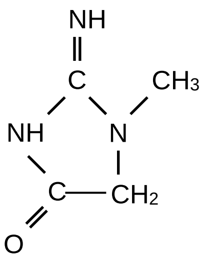
c.



Deux énantiomères sont images l'un de l'autre dans un miroir plan et sont non superposables.

3.1.2. Lors la réaction de déshydratation de la créatine, un réactif donne deux produits dont une petite molécule H_2O, il s'agit donc d'une **réaction d'élimination**.

3.1.3. Dessinons sa formule semi-développée pour trouver sa formule brute.



Formule brute : $C_4H_7N_3O$

3.2. Dosage du taux de créatinine chez l'athlète.

3.2.1. La phrase « L'intensité de la couleur obtenue est directement proportionnelle à la concentration de créatinine de l'échantillon. » est traduite par la loi de Berr-Lambert $A = k.c$
Le tube 1 sert de « blanc » dont l'absorbance sert de référence $A = 0$.
Le tube 2 contient de la créatinine à une concentration molaire C_2 inconnue et a une absorbance $A_2 = 0{,}71$
Le tube 3 contient de la créatinine à la concentration $C_3 = 100$ µmol.L^{-1} pour une absorbance de $A_3 = 0{,}62$.

Comme A = k.C, on a k = $\frac{A}{C} = \frac{A_2}{C_2} = \frac{A_3}{C_3}$ soit $C_2 = \frac{A_2.C_3}{A_3}$

$C_2 = \frac{0{,}71 \times 100}{0{,}62} = 1{,}1\times10^{2}$ µmol.L^{-1} = $1{,}1\times10^{-4}$ mol.L^{-1} *(valeur stockée en mémoire)*

La concentration massique C_{2m} est liée à la concentration molaire C_2 par la relation $C_{2m} = C_2.M_{Créatinine}$.

$C_{2m} = C_2.M_{C_4H_7N_3O} = C_2.(4M(\mathrm{C}) + 7M(\mathrm{H}) + 3M(\mathrm{N}) + M(\mathrm{O}))$

$C_{2m} = 1{,}1\times10^{-4}\times113 = 1{,}3\times10^{-2}$ g.L^{-1} si on conserve trois chiffres significatifs $C_{2m} = 12{,}9$ mg.L^{-1}

Cette valeur est légèrement supérieure à celle attendue pour le sérum sanguin chez la femme car elle est supérieure à 12 mg.L^{-1}.

3.2.2. La valeur du taux de créatinine dans le sang dépend de la masse musculaire de l'individu. Comme il s'agit d'une athlète de forte masse musculaire, ce taux est plus élevé que celui d'une femme moins sportive.