Bac S 2015 Nouvelle Calédonie Session de remplacement Mars 2016
EXERCICE III spécialité – LE LAGUNAGE (5 points) Correction © http://labolycee.org

Questions préliminaires

1. Un oxydant consomme des électrons, il est apparaît au côté des électrons dans la demi-équation du type Ox + n e⁻ = Réd.

Ainsi MnO_4^- et O_2 sont des oxydants.

2. D'après la demi-équation de réduction de MnO_4^-, on a $n_{MnO_4^-} = n_0 = \frac{n_{e^-}}{5}$, soit $n_{e^-} = 5n_0$.

D'après la demi-équation de réduction de O_2, on a $n(O_2) = \frac{n_{e^-}}{4}$, soit $n_{e^-} = 4n(O_2)$.

On obtient alors l'égalité $n_{e^-} = 5n_0 = 4n(O_2)$, ainsi on trouve effectivement que $n(O_2) = \frac{5n_0}{4}$.

Problème
Déterminer si la mini-station utilisée par le couple de résidents permet de respecter la législation française relative à l'eau destinée à la consommation humaine.

- **La mini-station produit-elle de l'eau potable ?**

La législation française précise que, pour une eau destinée à la consommation humaine, l'indice permanganate doit être inférieur à 5,0 mg.L^{-1}. Avec les notations indiquées, cela signifie que IP_s < 5,0 mg.L^{-1}.

Déterminons cet indice à partir des données.
La phrase « Cet indice correspond à la masse de dioxygène qu'il aurait été nécessaire d'utiliser à la place de l'ion permanganate MnO_4^-, pour oxyder les matières organiques contenues dans un litre d'eau à analyser. » est liée à la relation $n(O_2) = \frac{5n_0}{4}$, qui devient $\frac{m(O_2)}{M(O_2)} = \frac{5n_0}{4}$, ou encore

$m(O_2) = \frac{5n_0}{4}.M(O_2)$.

Il faut accéder à n_0 en exploitant les données relatives au dosage.

$n_0 = n_1 - \frac{2}{5}n_2 + n_E$

$n_1 = C_1 . V_1$
$n_1 = 2,00\times10^{-3} \times 20,0\times10^{-3} = 40,0\times10^{-6}$ mol

$n_2 = C_2 . V_2$
$n_2 = 5,00\times10^{-3} \times 20,0\times10^{-3} = 100\times10^{-6}$ mol

$n_E = C_1 . V_E$
$n_E = 2,00\times10^{-3} \times 3,9\times10^{-3} = 7,8\times10^{-6}$ mol

$n_0 = n_1 - \frac{2}{5}n_2 + n_E$

$n_0 = 40,0\times10^{-6} - \frac{2}{5}\times100\times10^{-6} + 7,8\times10^{-6}$ = $7,8\times10^{-6}$ mol

$$m(O_2) = \frac{5n_0}{4}.M(O_2)$$

$$m(O_2) = \frac{5 \times 7{,}8 \times 10^{-6}}{4} \times 2 \times 16{,}0$$ = $3{,}1\times10^{-4}$ g contenue dans 50,0 mL d'eau analysée.

La masse contenue dans 1,0 L est donc 20 fois supérieure.

$$m(O_2) = \frac{5 \times 7{,}8 \times 10^{-6}}{4} \times 2 \times 16{,}0 \times 20$$ = $6{,}2\times10^{-3}$ g = 6,2 mg dans un litre d'eau.

Ainsi IP_S = 6,2 mg.L^{-1}.

L'indice permanganate est supérieur à la valeur maximale autorisée par la législation française, ainsi l'eau issue de la mini-station n'est pas utilisable pour une consommation humaine.

Passons à la suite du problème :

Dans le cas contraire, calculer la surface minimale nécessaire des bassins de leur mini-station à partir de la capacité d'épuration.

Le résultat obtenu est-il cohérent avec la surface de lagunage du bassin de Mèze ?

- **Surface nécessaire à la mini-station**

La capacité d'épuration de la mini-station est donnée par la relation $S = k \,.\, (IP_0 - IP_S)$.

On peut en déduire le coefficient k de cette station : $k = \dfrac{S}{IP_0 - IP_S}$

La mini-station a une surface de S = 15 m^2.

Avant traitement, l'indice de permanganate des effluents était IP_0 = 11 mg/L.

Après traitement, on a déterminé IP_S = 6,24 mg.L^{-1}

$$k = \frac{15}{(11 - 6{,}24)} = 3{,}15 \text{ m}^2\text{.L.mg}^{-1}$$

Déterminons la surface minimale S' nécessaire pour mettre la mini-station aux normes :

$S' = k \,.\, (IP_0 - IP_S)$

S' = 3,15 × (11 – 5) = 18,9 m² , soit en ne conservant que deux chiffres significatifs $\boldsymbol{S' = 19}$ **m²**

- **Comparaison avec la station de Mèze**

La mini-station occupe 19 m^2 pour 2 personnes (c'est *un couple* nous dit l'énoncé) soit une surface par habitant de 8,5 m^2/hab.

La station de Mèze est calibrée pour 15 000 habitants sur une surface de 15 ha = 15 × 10 000 = $1{,}5\times10^5$ m^2 ; soit une surface par habitant de $\dfrac{1{,}5.10^5}{15\,000}$ = 10 m^2/hab.

Le résultat calculé pour la mini-station (proche de 20 m^2) est donc tout à fait cohérent avec celui obtenu par la station de Mèze.

Complément : démonstration de la relation $n_0 = n_1 - \frac{2 \times n_2}{5} + n_E$

Il faut bien avoir en tête les 3 étapes du protocole et noter que le permanganate est utilisé dans deux situations différentes :

- Dans l'étape 1 où il oxyde les matières organiques présentes dans l'eau (on introduit n_1 mol dans le ballon) : $n_1 = C_1 \times V_1 = 2{,}00.10^{-3} \times 20{,}0.10^{-3} = 40{,}0.10^{-6}$ mol
- Dans l'étape 3 où il est utilisé comme réactif de titrage : $n_E = C_1 \times V_E$

Étape 1 : la matière organique d'un échantillon d'eau à analyser est oxydée en milieu acide à chaud par une quantité connue d'ions permanganate introduits en excès.
Après l'oxydation complète des matières organiques contenues dans l'eau, il reste à l'issue de l'étape 1, une quantité de permanganate égale à $n = n_1 - n_0$

Étape 2 : une fois toute la matière oxydée, on introduit dans le milieu réactionnel une quantité connue d'ions oxalate $C_2O_4^{2-}$. Les ions oxalate sont introduits, eux aussi, en excès : leur rôle est de réagir avec les ions permanganate encore présents.

Couple $MnO_4^-{}_{(aq)}/Mn^{2+}{}_{(aq)}$: $MnO_4^- + 5e^- + 8H^+ = Mn^{2+} + 4H_2O$ × 2
Couple $CO_{2(aq)}/C_2O_4^{2-}{}_{(aq)}$: $C_2O_4^{2-} = 2\,CO_2 + 2e^-$ × 5

$$2\,MnO_4^-{}_{(aq)} + 16\,H^+{}_{(aq)} + 5\,C_2O_4^{2-}{}_{(aq)} \rightarrow 2\,Mn^{2+}{}_{(aq)} + 8\,H_2O_{(l)} + 10\,CO_{2(aq)}$$

La stœchiométrie de la réaction montre que : $\frac{n_{MnO4-}}{2} = \frac{n_{C2O42-}}{5} \Rightarrow \frac{n_1 - n_0}{2} = \frac{n_{C2O42-}}{5}$

À l'issue de l'étape 2, la quantité d'oxalate consommée est $n_{C2O42-} = \frac{5 \times (n_1 - n_0)}{2}$

On avait introduit $n_2 = C_2 \times V_2 = 5{,}00.10^{-3} \times 20{,}0.10^{-3} = 1{,}00.10^{-4}$ mol

Il en reste donc : $n' = n_2 - \frac{5 \times (n_1 - n_0)}{2}$ qui vont être titrés lors de l'étape 3

Étape 3 : on dose les ions oxalate restants à l'aide d'une solution de permanganate de potassium.
L'équation du titrage est la même que précédemment :

$$2\,MnO_4^-{}_{(aq)} + 16\,H^+{}_{(aq)} + 5\,C_2O_4^{2-}{}_{(aq)} \rightarrow 2\,Mn^{2+}{}_{(aq)} + 8\,H_2O_{(l)} + 10\,CO_{2(aq)}$$

La stœchiométrie de la réaction montre que : $\frac{n_{MnO4-}}{2} = \frac{n_{C2O42-}}{5} \Rightarrow$

$$n_{C2O42-} = n' = \frac{5 \times n_{MnO4-}}{2} = \frac{5 \times n_E}{2}$$

Ainsi, $n' = n_2 - \frac{5 \times (n_1 - n_0)}{2} = \frac{5 \times n_E}{2} \Rightarrow 2\,n_2 - 5 \times (n_1 - n_0) = 5 \times n_E$

et donc : $n_0 = n_1 - \frac{2 \times n_2}{5} + n_E$