

Questions préliminaires

1. Un oxydant consomme des électrons, il est apparaît au côté des électrons dans la demi-équation du type $Ox + n e^- = \text{Réd.}$

Ainsi MnO_4^- et O_2 sont des oxydants.

2. D'après la demi-équation de réduction de MnO_4^- , on a $n_{MnO_4^-} = n_0 = \frac{n_{e^-}}{5}$, soit $n_{e^-} = 5n_0$.

D'après la demi-équation de réduction de O_2 , on a $n(O_2) = \frac{n_{e^-}}{4}$, soit $n_{e^-} = 4n(O_2)$.

On obtient alors l'égalité $n_{e^-} = 5n_0 = 4n(O_2)$, ainsi on trouve effectivement que $n(O_2) = \frac{5n_0}{4}$.

Problème

Déterminer si la mini-station utilisée par le couple de résidents permet de respecter la législation française relative à l'eau destinée à la consommation humaine.

- **La mini-station produit-elle de l'eau potable ?**

La législation française précise que, pour une eau destinée à la consommation humaine, l'indice permanganate doit être inférieur à $5,0 \text{ mg.L}^{-1}$. Avec les notations indiquées, cela signifie que $IP_s < 5,0 \text{ mg.L}^{-1}$.

Déterminons cet indice à partir des données.

La phrase « Cet indice correspond à la masse de dioxygène qu'il aurait été nécessaire d'utiliser à la place de l'ion permanganate MnO_4^- , pour oxyder les matières organiques contenues dans un litre d'eau à analyser. » est liée à la relation $n(O_2) = \frac{5n_0}{4}$, qui devient $\frac{m(O_2)}{M(O_2)} = \frac{5n_0}{4}$, ou encore

$$m(O_2) = \frac{5n_0}{4} \cdot M(O_2).$$

Il faut accéder à n_0 en exploitant les données relatives au dosage.

$$n_0 = n_1 - \frac{2}{5}n_2 + n_E$$

$$n_1 = C_1 \cdot V_1$$

$$n_1 = 2,00 \times 10^{-3} \times 20,0 \times 10^{-3} = 40,0 \times 10^{-6} \text{ mol}$$

$$n_2 = C_2 \cdot V_2$$

$$n_2 = 5,00 \times 10^{-3} \times 20,0 \times 10^{-3} = 100 \times 10^{-6} \text{ mol}$$

$$n_E = C_E \cdot V_E$$

$$n_E = 2,00 \times 10^{-3} \times 3,9 \times 10^{-3} = 7,8 \times 10^{-6} \text{ mol}$$

$$n_0 = n_1 - \frac{2}{5}n_2 + n_E$$

$$n_0 = 40,0 \times 10^{-6} - \frac{2}{5} \times 100 \times 10^{-6} + 7,8 \times 10^{-6} = 7,8 \times 10^{-6} \text{ mol}$$

$$m(O_2) = \frac{5n_0}{4} \cdot M(O_2)$$

$$m(O_2) = \frac{5 \times 7,8 \times 10^{-6}}{4} \times 2 \times 16,0 = 3,1 \times 10^{-4} \text{ g contenue dans 50,0 mL d'eau analysée.}$$

La masse contenue dans 1,0 L est donc 20 fois supérieure.

$$m(O_2) = \frac{5 \times 7,8 \times 10^{-6}}{4} \times 2 \times 16,0 \times 20 = 6,2 \times 10^{-3} \text{ g} = 6,2 \text{ mg dans un litre d'eau.}$$

Ainsi $IP_s = 6,2 \text{ mg.L}^{-1}$.

L'indice permanganate est supérieur à la valeur maximale autorisée par la législation française, ainsi l'eau issue de la mini-station n'est pas utilisable pour une consommation humaine.

Passons à la suite du problème :

Dans le cas contraire, calculer la surface minimale nécessaire des bassins de leur mini-station à partir de la capacité d'épuration.

Le résultat obtenu est-il cohérent avec la surface de lagunage du bassin de Mèze ?

- **Surface nécessaire à la mini-station**

La capacité d'épuration de la mini-station est donnée par la relation $S = k \cdot (IP_0 - IP_s)$.

On peut en déduire le coefficient k de cette station : $k = \frac{S}{IP_0 - IP_s}$

La mini-station a une surface de $S = 15 \text{ m}^2$.

Avant traitement, l'indice de permanganate des effluents était $IP_0 = 11 \text{ mg/L}$.

Après traitement, on a déterminé $IP_s = 6,24 \text{ mg.L}^{-1}$

$$k = \frac{15}{(11 - 6,24)} = 3,15 \text{ m}^2 \cdot \text{L} \cdot \text{mg}^{-1}$$

Déterminons la surface minimale S' nécessaire pour mettre la mini-station aux normes :

$$S' = k \cdot (IP_0 - IP_s)$$

$$S' = 3,15 \times (11 - 6,24) = 18,9 \text{ m}^2, \text{ soit en ne conservant que deux chiffres significatifs } \mathbf{S' = 19 \text{ m}^2}$$

- **Comparaison avec la station de Mèze**

La mini-station occupe 19 m^2 pour 2 personnes (c'est *un couple* nous dit l'énoncé) soit une surface par habitant de $8,5 \text{ m}^2/\text{hab}$.

La station de Mèze est calibrée pour 15 000 habitants sur une surface de 15 ha = $15 \times 10\,000 = 1,5 \times 10^5 \text{ m}^2$; soit une surface par habitant de $\frac{1,5 \cdot 10^5}{15\,000} = 10 \text{ m}^2/\text{hab}$.

Le résultat calculé pour la mini-station (proche de 20 m^2) est donc tout à fait cohérent avec celui obtenu par la station de Mèze.

Complément : démonstration de la relation $n_0 = n_1 - \frac{2 \times n_2}{5} + n_E$

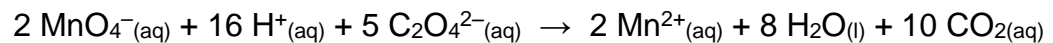
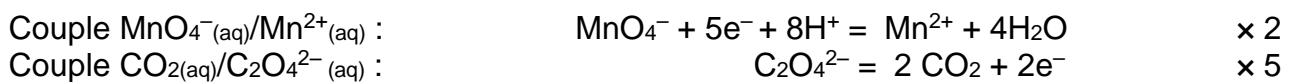
Il faut bien avoir en tête les 3 étapes du protocole et noter que le permanganate est utilisé dans deux situations différentes :

- Dans l'étape 1 où il oxyde les matières organiques présentes dans l'eau (on introduit n_1 mol dans le ballon) : $n_1 = C_1 \times V_1 = 2,00 \cdot 10^{-3} \times 20,0 \cdot 10^{-3} = 40,0 \cdot 10^{-6}$ mol
- Dans l'étape 3 où il est utilisé comme réactif de titrage : $n_E = C_1 \times V_E$

Étape 1 : la matière organique d'un échantillon d'eau à analyser est oxydée en milieu acide à chaud par une quantité connue d'ions permanganate introduits en excès.

Après l'oxydation complète des matières organiques contenues dans l'eau, il reste à l'issue de l'étape 1, une quantité de permanganate égale à $n = n_1 - n_0$

Étape 2 : une fois toute la matière oxydée, on introduit dans le milieu réactionnel une quantité connue d'ions oxalate $C_2O_4^{2-}$. Les ions oxalate sont introduits, eux aussi, en excès : leur rôle est de réagir avec les ions permanganate encore présents.



La stœchiométrie de la réaction montre que : $\frac{n_{MnO_4^-}}{2} = \frac{n_{C_2O_4^{2-}}}{5} \Rightarrow \frac{n_1 - n_0}{2} = \frac{n_{C_2O_4^{2-}}}{5}$

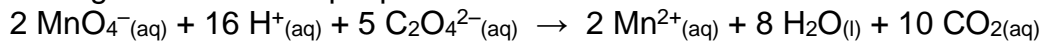
À l'issue de l'étape 2, la quantité d'oxalate consommée est $n_{C_2O_4^{2-}} = \frac{5 \times (n_1 - n_0)}{2}$

On avait introduit $n_2 = C_2 \times V_2 = 5,00 \cdot 10^{-3} \times 20,0 \cdot 10^{-3} = 1,00 \cdot 10^{-4}$ mol

Il en reste donc : $n' = n_2 - \frac{5 \times (n_1 - n_0)}{2}$ qui vont être titrés lors de l'étape 3

Étape 3 : on dose les ions oxalate restants à l'aide d'une solution de permanganate de potassium.

L'équation du titrage est la même que précédemment :



La stœchiométrie de la réaction montre que : $\frac{n_{MnO_4^-}}{2} = \frac{n_{C_2O_4^{2-}}}{5} \Rightarrow$

$$n_{C_2O_4^{2-}} = n' = \frac{5 \times n_{MnO_4^-}}{2} = \frac{5 \times n_E}{2}$$

Ainsi, $n' = n_2 - \frac{5 \times (n_1 - n_0)}{2} = \frac{5 \times n_E}{2} \Rightarrow 2 n_2 - 5 \times (n_1 - n_0) = 5 \times n_E$

et donc : $n_0 = n_1 - \frac{2 \times n_2}{5} + n_E$