

EXERCICE II – UN ACCÉLÉRATEUR AU SERVICE DE L'ART (6 points)**1. L'accélérateur de particules**

1.1. Pour un proton de charge électrique e , l'expression de la force électrique est : $\vec{F} = e \cdot \vec{E}$.

Valeur : $F = e \cdot E$ et $E = \frac{U}{d}$

donc $F = e \cdot \frac{U}{d}$

$$F = \frac{1,60 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^6}{4} = 8 \times 10^{-14} \text{ N}$$

1.2. $P = m \cdot g$

$$P = 1,67 \times 10^{-27} \times 9,8 = 1,6 \times 10^{-26} \text{ N}$$

$$\frac{F}{P} = \frac{8 \times 10^{-14}}{1,6 \times 10^{-26}} = 5 \times 10^{12} \text{ ou } F = 5 \times 10^{12} \cdot P$$

Le poids du proton est bien négligeable devant la force électrique qu'il subit.

1.3. Pour ne pas endommager les œuvres la variation de l'énergie cinétique d'un proton doit être comprise entre 1,4 et 4 MeV.

$$\Delta E_C = W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot AB \cdot \cos(\vec{F}, \vec{AB}) = F \cdot d \cdot \cos 0 = F \cdot d$$

$$\Delta E_C = 8 \times 10^{-14} \times 4 = 3 \times 10^{-13} \text{ J}$$

Or $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$

$$\Delta E_C = \frac{3 \times 10^{-13}}{1,60 \times 10^{-19}} = 2 \times 10^6 \text{ eV} = 2 \text{ MeV}$$

Une tension électrique de 2 MV permet à chaque proton d'atteindre une énergie cinétique égale à 2 MeV valeur adaptée à l'étude de la composition des matériaux pour la méthode PIXE puisque comprise dans l'intervalle annoncé.

1.4. En A la vitesse est nulle et en la vitesse en B est v .

$$\Delta E_C = W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = F \cdot d$$

$$\Delta E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = F \cdot d$$

$$v = \sqrt{\frac{2F \cdot d}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 8 \times 10^{-14} \times 4}{1,67 \times 10^{-27}}} = 2 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La théorie de la relativité restreinte donne la relation entre la durée mesurée Δt_m et la durée propre Δt_p :

$$\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p \text{ avec } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Calculons $\frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{2 \times 10^7}{3,0 \times 10^8} \right)^2 = 4 \times 10^{-3} \ll 1$ donc $\gamma \cong 1$. La dilatation des durées n'est pas perceptible

ici, il est donc pertinent d'utiliser le cadre de la mécanique classique pour cette étude.

1.5. Pour un métal l'intensité I peut atteindre $I = 50 \text{ nA}$, soit un débit de charge de $D = 50 \text{ nC} \cdot \text{s}^{-1}$.

$$D = \frac{Q}{\Delta t} \text{ avec } Q = N \cdot e \quad \text{où } N \text{ est le nombre de protons émis}$$

$$D = \frac{N \cdot e}{\Delta t} \text{ donc } N = \frac{D \cdot \Delta t}{e}$$

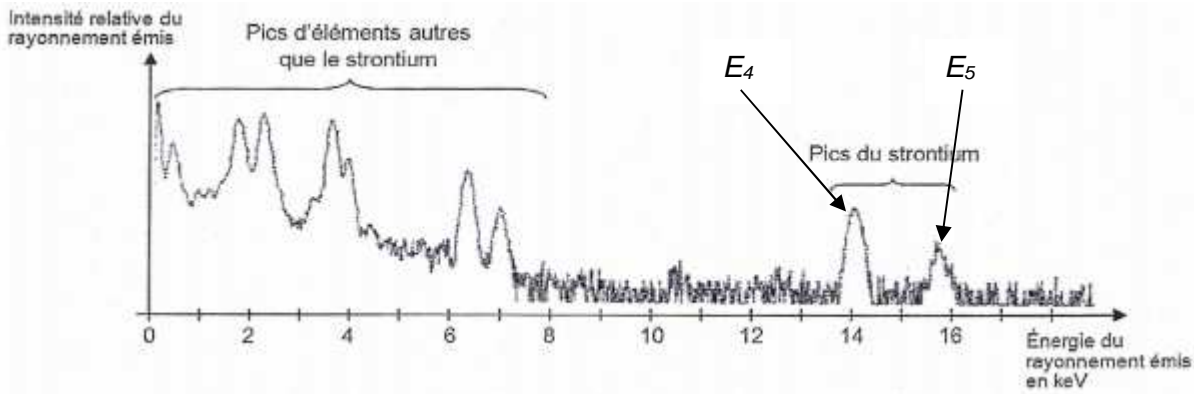
Si l'on choisit une durée de fonctionnement de 5 min on a :

$$N = \frac{50 \times 10^{-9} \times 5 \times 60}{1,60 \times 10^{-19}} = 9 \times 10^{13} \text{ protons} = 10^{14} \text{ protons}$$

Une mole de protons contient $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ protons, le nombre de protons utilisés est donc très faible.

2. Étude d'une œuvre

2.1. Les deux pics correspondant aux rayonnements émis pour le strontium correspondent à une énergie de $E_4 = 14$ keV et environ $E_5 = 16$ keV



$$\text{Or } E = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

$$\text{Soit } \lambda = \frac{h \cdot c}{E}$$

$$\lambda_4 = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,0 \times 10^8}{14 \times 10^3 \times 1,60 \times 10^{-19}} = 8,9 \times 10^{-11} \text{ m} \quad \text{et} \quad \lambda_5 = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,0 \times 10^8}{16 \times 10^3 \times 1,60 \times 10^{-19}} = 7,8 \times 10^{-11} \text{ m}$$

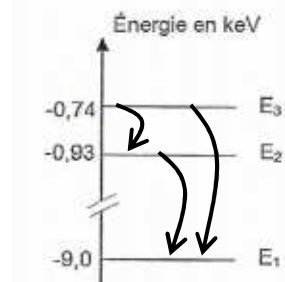
L'énoncé indique que le domaine de longueur d'onde des rayons X est compris entre 10^{-11} et 10^{-8} m. Les longueurs d'onde obtenues sont de l'ordre de 10^{-10} m, les rayonnements émis lors des désexcitations sont bien des rayons X.

2.2. D'après le diagramme simplifié des niveaux d'énergie de l'élément cuivre, on a trois transitions possibles :

$$E_3 - E_1 = -0,74 - (-9,0) = 8,3 \text{ keV}$$

$$E_3 - E_2 = -0,74 - (-0,93) = 0,19 \text{ keV}$$

$$E_2 - E_1 = -0,93 - (-9,0) = 8,1 \text{ keV}$$



Le graphique représentant l'intensité relative du rayonnement émis en fonction de l'énergie présente un pic proche de 0,2 keV mais pas de pics pour les deux autres transitions autour de 8 keV. On en déduit que le pigment utilisé pour peindre la tunique ne contient pas l'élément cuivre.

