

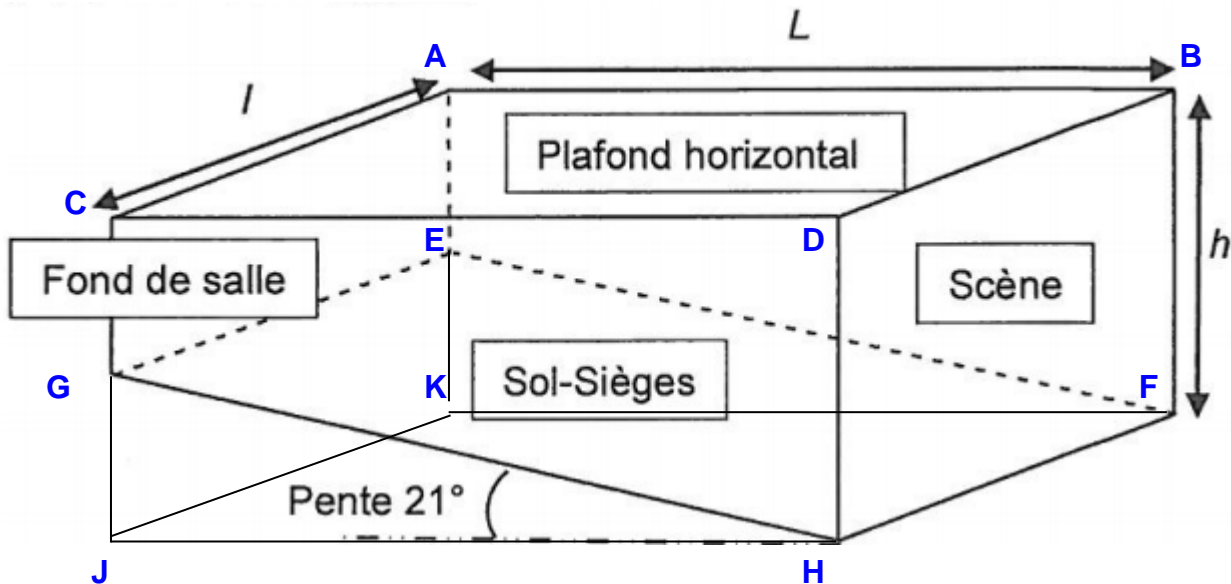
EXERCICE III : RÉNOVATION D'UN AMPHITHÉÂTRE (5 POINTS)

1. Montrer que la valeur de l'aire équivalente A de l'amphithéâtre avant travaux est égale à 88 m^2 .

1^{ère} méthode :

On cherche l'aire équivalente, connaissant le temps de réverbération. La formule de Sabine

$T_R = 0,16 \cdot \frac{V}{A}$ permet de répondre. Il faut trouver le volume V de l'amphithéâtre.



Le volume V de l'amphithéâtre est égal à celui V_{para} du parallélépipède ABCDEFGH auquel on soustrait le volume V_{pri} du prisme EFGHJK.

$$V = V_{para} - V_{pri}$$

$$V = AB \times AC \times BF - \left(\frac{GJ \times JH}{2} \right) \times JK$$

Dans GJH rectangle en J, $\tan(21^\circ) = \frac{GJ}{JH}$ avec $JH = L$

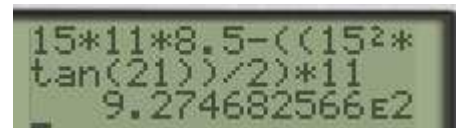
$$GJ = L \cdot \tan(21^\circ)$$

$$V = L \times l \times h - \left(\frac{L \cdot \tan(21^\circ) \cdot L}{2} \right) \times l$$

$$V = L \times l \times h - \left(\frac{L^2 \cdot \tan(21^\circ)}{2} \right) \times l$$

$$V = 15,0 \times 11,0 \times 8,5 - \left(\frac{15,0^2 \times \tan(21^\circ)}{2} \right) \times 11,0$$

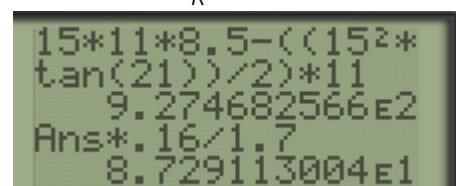
$$V = 9,3 \times 10^2 \text{ m}^3 \quad \text{valeur non arrondie stockée en mémoire}$$



On peut maintenant trouver A en modifiant la formule de Sabine $A = 0,16 \cdot \frac{V}{T_R}$

$$A = 0,16 \times \frac{9,27 \times 10^2}{1,7} = 87 \text{ m}^2$$

Calcul effectué avec V non arrondi.



L'énoncé indique 88 m^2 , soit on a commis une erreur de calcul, soit cette faible différence est due à un arrondi sur l'angle réel.

2^{nde} méthode :

$$A = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot S_i$$

$$A = \alpha_{\text{sol-mur}} \cdot S_{\text{sol-murs}} + \alpha_{\text{béton}} \cdot S_{\text{plafond}}$$

$$A = \alpha_{\text{sol-mur}} \cdot (S_{\text{totale}} - S_{\text{plafond}}) + \alpha_{\text{béton}} \cdot S_{\text{plafond}}$$

$$A = 0,17 \times (634 - 15,0 \times 11,0) + 0,050 \times 15,0 \times 11,0$$

$$A = 87,98 \text{ m}^2, \text{ soit } \mathbf{88 \text{ m}^2} \text{ en ne conservant que deux chiffre significatifs.}$$

2. Est-il possible de rénover le plafond de cet amphithéâtre afin de permettre la tenue de conférences dans de bonnes conditions acoustiques en utilisant l'un des matériaux proposés dans la liste ci-après ? Justifier de façon précise la réponse.

Le temps de réverbération avant rénovation vaut $T_R = 1,7 \text{ s}$.

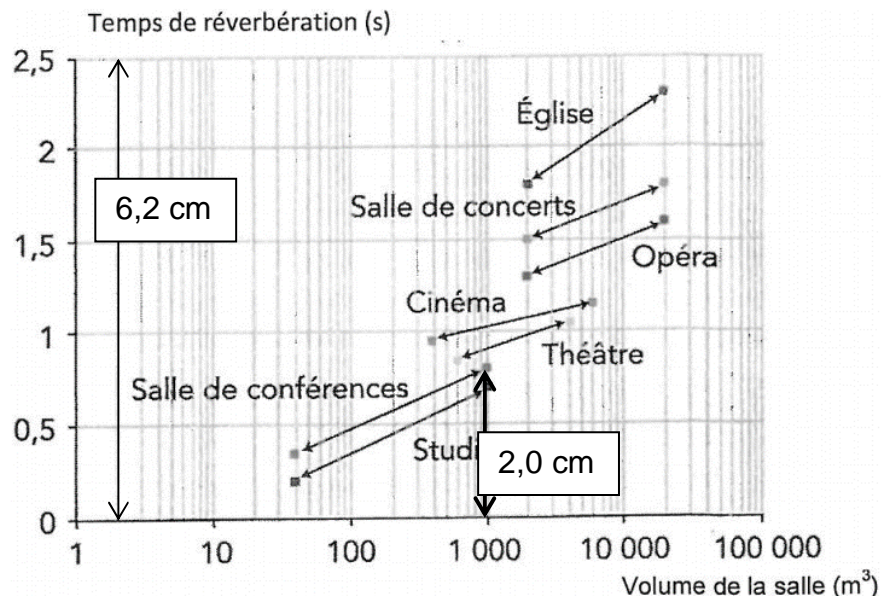
Le graphique présentant les temps de réverbération optimaux montre que pour une salle de conférences de volume $V = 9,3 \times 10^2 \text{ m}^3$ (déterminé précédemment), on doit avoir T_R égal à $0,81 \text{ s}$.

Détermination graphique rigoureuse du temps de réverbération :

$$6,2 \text{ cm} \rightarrow 2,5 \text{ s}$$

$$2,0 \text{ cm} \rightarrow T_{R \text{ s}}$$

$$T_R = \frac{2,5 \times 2,0}{6,2} = \mathbf{0,81 \text{ s}}$$



Il est donc nécessaire de réduire le temps de réverbération d'environ 1 s.

D'après la formule de Sabine, $T_R = 0,16 \cdot \frac{V}{A}$, donc pour réduire T_R il faut augmenter l'aire équivalente de l'amphithéâtre. Comme $A = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot S_i$ avec S constante, le plafond en béton doit être recouvert d'un matériau avec un coefficient d'absorption α plus élevé que celui du béton.

Reprenons le raisonnement utilisé précédemment (2^{ème} méthode), en choisissant de recouvrir le plafond avec de la mousse.

$$A = \alpha_{\text{sol-mur}} \cdot (S_{\text{totale}} - S_{\text{plafond}}) + \alpha_{\text{mousse}} \cdot S_{\text{plafond}}$$

$$A = 0,17 \times (634 - 15,0 \times 11,0) + 0,60 \times 15,0 \times 11,0$$

$$A = 178,73 \text{ m}^2, \text{ soit } \mathbf{1,8 \times 10^2 \text{ m}^2} \text{ en ne conservant que deux chiffre significatifs.}$$

$$0,17 \times (634 - 15 \times 11) + 0,60 \times 15 \times 11 = 1,7873 \text{E}2$$

Calculons le nouveau temps de réverbération $T_R = 0,16 \cdot \frac{V}{A}$ avec A et V non arrondis

$$T_R = 0,16 \times \frac{927,468}{178,73} = \mathbf{0,83 \text{ s.}}$$

Conclusion :

En recouvrant le plafond avec le matériau le plus absorbant à notre disposition, nous avons réussi à atteindre un temps de réverbération très proche de celui attendu.

On peut penser que si l'on prenait en compte l'absorption dans les fauteuils, alors le temps de réverbération serait tout à fait acceptable.