Bac S 2016 Liban EXERCICE I – VOL ZÉRO-G (6 points) Correction © http://labolycee.org

1. Étude du mouvement de chute libre

1.1. Lorsqu'un système est en chute libre, il n'est soumis qu'à son poids. Dans ces conditions l'énergie mécanique du système se conserve.

1.2. Vérifions la conservation de l'énergie mécanique entre deux positions de l'avion. On supposera que l'intensité g du champ de pesanteur est constante au cours du mouvement et qu'elle est égale à celle au niveau de la surface de la Terre.

Position 1 : l'avion démarre sa parabole
Altitude z_1 = 7 600 m
Vitesse v_1 = 527 km.h^{-1}

Position 2 : l'avion est au sommet de sa parabole
z_2 = 8 200 m
v_2 = 355 km.h^{-1}

Énergie mécanique

$E_{m1} = E_{C1} + E_{PP1}$

$E_{m1} = \frac{1}{2}.m.v_1^2 + m.g.z_1$

$E_{m1} = \frac{1}{2}\times 1{,}5\times 10^5 \times \left(\frac{527}{3{,}6}\right)^2 + 1{,}5\times 10^5 \times 9{,}81 \times 7600$

$E_{m1} = 1{,}3\times 10^{10}$ J

$E_{m2} = E_{C2} + E_{PP2}$

$E_{m2} = \frac{1}{2}.m.v_2^2 + m.g.z_2$

$E_{m2} = \frac{1}{2}\times 1{,}5\times 10^5 \times \left(\frac{355}{3{,}6}\right)^2 + 1{,}5\times 10^5 \times 9{,}81 \times 8200$

$E_{m2} = 1{,}3\times 10^{10}$ J

L'énergie mécanique **est conservée**, les caractéristiques de la trajectoire parabolique sont compatibles avec une chute libre de l'avion.

Remarque : en réalité l'avion subit d'autres forces que le poids, mais elle se compensent.

2. Intensité du champ de pesanteur dans un vol zéro-G

2.1. On considère que la force poids $\vec{P}$ est égale à la force d'attraction gravitationnelle $\overrightarrow{F_{T/o}}$ exercée par la Terre sur un objet de masse m.

$P = m.g_h$

$F_{T/o} = G.\frac{m.M_T}{(R_T + h)^2}$

Ainsi $m.g_h = G.\frac{m.M_T}{(R_T + h)^2}$

Finalement, on retrouve l'expression proposée $\boxed{g_h = G.\frac{M_T}{(R_T + h)^2}}$

2.2. Au cours du vol Zéro-G, l'altitude vaut entre 7 600 m et 8 200 m.

Déterminons l'intensité du champ de pesanteur pour chacune de ces altitudes :

$g_2 = 6{,}67\times 10^{-11} \times \frac{5{,}97\times 10^{24}}{(6{,}38\times 10^6 + 8200)^2} = 9{,}76$ m.s^{-2}

$g_1 = 6{,}67\times 10^{-11} \times \frac{5{,}97\times 10^{24}}{(6{,}38\times 10^6 + 7600)^2} = 9{,}76$ m.s^{-2}

En stockant en mémoire de la calculatrice g_1 et g_2, on trouve une variation très faible de $\Delta g = -1{,}8\times 10^{-3}$ m.s^{-2}.

Ainsi, il est légitime de considérer que l'intensité de la pesanteur est constante lors d'un vol Zéro-G.

Remarque : autre méthode $g = \frac{G.M_T}{(R_T + h)^2}$ *avec G, M_T et R_T constantes.*

h varie de 8200 - 7600 = 600 m, or R_T = 6,38×10^6 m. La variation de h est négligeable face à R_T alors g est constante.

3. Durée des phases d'apesanteur

3.1. Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures qui s'appliquent sur un système de masse *m* et de centre d'inertie G est égale à la dérivée par rapport au temps du vecteur quantité de mouvement de son centre d'inertie : $\Sigma\overrightarrow{F_{ext.}} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$.

Si la masse du système est constante, cette loi s'écrit $\Sigma\overrightarrow{F_{ext.}} = m.\overrightarrow{a_G}$ où $\overrightarrow{a_G}$ est le vecteur accélération du centre d'inertie du système.

3.2. Système {avion} de masse *m* supposée constante et de centre d'inertie *G*
Référentiel terrestre supposé galiléen
Repère (*Ox* ; *Oy*) indiqué dans le sujet
Forces : poids de l'avion, $\vec{P} = m.\vec{g}$
les forces de frottement de l'air ainsi que la poussée d'Archimède sont négligés

Deuxième loi de Newton : $\Sigma\overrightarrow{F_{ext.}} = m.\overrightarrow{a_G}$

soit $\vec{P} = m.\overrightarrow{a_G}$ soit $m.\vec{g} = m.\overrightarrow{a_G}$ d'où $\boxed{\overrightarrow{a_G} = \vec{g}}$

En projection dans le repère (*Ox* ; *Oy*) : $\boxed{\overrightarrow{a_G}\begin{pmatrix} a_x(t) = g_x = 0 \\ a_y(t) = g_y = -g \end{pmatrix}}$

Or $\overrightarrow{a_G} = \dfrac{d\overrightarrow{v_G}}{dt}$ donc $\overrightarrow{a_G}\begin{pmatrix} a_x = \dfrac{dv_x(t)}{dt} = 0 \\ a_y = \dfrac{dv_y(t)}{dt} = -g \end{pmatrix}$ en primitivant $\overrightarrow{v_G}\begin{pmatrix} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = -g.t + C_2 \end{pmatrix}$

À t = 0, $\overrightarrow{v_G}(t=0) = \overrightarrow{v_0}$ avec $\overrightarrow{v_0}\begin{pmatrix} v_0.\cos\alpha \\ v_0.\sin\alpha \end{pmatrix}$

Donc en égalant les coordonnées des deux vecteurs, il vient $\begin{pmatrix} C_1 = v_0.\cos\alpha \\ 0 + C_2 = v_0.\sin\alpha \end{pmatrix}$

Finalement : $\boxed{\overrightarrow{v_G}\begin{pmatrix} v_x(t) = v_0.\cos\alpha \\ v_y(t) = -g.t + v_0.\sin\alpha \end{pmatrix}}$

Et $\overrightarrow{v_G} = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ donc $\overrightarrow{v_G}\begin{pmatrix} v_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} = v_0.\cos\alpha \\ v_y(t) = \dfrac{dy(t)}{dt} = -g.t + v_0.\sin\alpha \end{pmatrix}$

en primitivant $\overrightarrow{OG}\begin{pmatrix} x(t) = v_0.\cos\alpha.t + C'_1 \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t + C'_2 \end{pmatrix}$

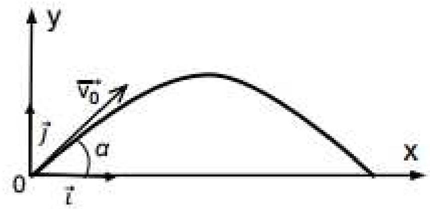
À t = 0, $\overrightarrow{OG}(t=0) = \vec{0}$ donc en égalant les coordonnées des deux vecteurs $\begin{pmatrix} C'_1 = 0 \\ C'_2 = 0 \end{pmatrix}$

Finalement les équations horaires *x(t)* et y*(t)* sont : $\boxed{\overrightarrow{OG}\begin{pmatrix} x(t) = v_0.\cos\alpha.t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t \end{pmatrix}}$

3.3. La durée d'apesanteur est la durée nécessaire pour que l'avion, partant du point O, se retrouve à la même altitude, ici égale à zéro.
Il faut résoudre l'égalité y(*t*) = 0, et on ne retient pas la solution t = 0.

$$-\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.sin\,\alpha.t \;= 0$$

$$-\frac{1}{2}g.t + v_0.sin\,\alpha \;= 0$$



$$t = \frac{2.v_0.sin\,\alpha}{g}$$

$$t = \frac{2\times\left(\frac{527}{3,6}\times sin\,47\right)}{9,8} = \mathbf{22\ s}$$

On retrouve la même valeur que celle indiquée dans le document 2.

3.4. On a déterminé que la durée d'apesanteur a pour expression $t = \frac{2.v_0.sin\,\alpha}{g}$.

Pour augmenter *t*, deux paramètres sont modifiables, car *g* est une constante :
- il faut augmenter v_0 la vitesse initiale en début de parabole,
- il faut augmenter l'angle α par rapport à l'horizontale.

Ces deux solutions semblent peu réalistes, l'augmentation de vitesse nécessiterait des réacteurs beaucoup plus puissants ; car il s'agit d'un avion de ligne très lourd.
Tandis que l'augmentation de l'angle α risquerait de mettre en péril la structure de l'avion.
Ces paramètres semblent plus facilement modifiables pour un avion de chasse.