Bac S 2018 Asie Pacifique **Correction © http://labolycee.org**

Exercice II. Étude du vol d'une balle de golf (6 points)

1. Vitesse initiale de la balle

1.1. La caméra enregistre 1000 images par seconde. La durée qui sépare deux positions consécutives sur la chronophotographie vaut donc $\Delta t = 1/1000 \text{ s} = 10^{-3}$ s.

1.2. La figure 1 montre que pendant une même durée, la distance entre deux positions consécutives est constante. Ainsi la vitesse est constante et le mouvement est uniforme.
Les positions successives sont alignées suivant une droite, alors le mouvement est rectiligne.
Le mouvement est rectiligne et uniforme.

1.3. $v = \dfrac{d}{\Delta t}$

Deux points consécutifs sont séparés sur le schéma par 3,0 cm.

3,0 cm schéma ↔ 15 cm réels
1,5 cm schéma ↔ *d* cm réels

$d = \dfrac{15 \times 1{,}5}{3{,}0}$ = 7,5 cm

$v_0 = \dfrac{7{,}5 \times 10^{-2}}{10^{-3}}$ = 75 m.s^{-1}

2. Mouvement de la balle modélisée par un point matériel

2.1. On applique la seconde loi de Newton, au système {balle} de masse *m* constante, dans le référentiel du sol supposé galiléen.

$\Sigma \overrightarrow{F_{ext}} = m.\vec{a}$

Seule la force poids $\vec{P}$ est prise en considération.

$\vec{P} = m.\vec{a}$

$m.\vec{g} = m.\vec{a}$

$\vec{g} = \vec{a}$

En utilisant le repère indiqué, on vérifie que $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$.

2.2. Par définition $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$, on obtient les coordonnées de $\vec{v}$ en primitivant celle de $\vec{a}$:

$\vec{V}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -g.t + C_2 \end{cases}$ or $\vec{V_0}\begin{cases} V_{0x} = V_0.\cos(\theta) = C_1 \\ V_{oy} = V_0.\sin(\theta) = C_2 \end{cases}$ donc $\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0.\cos(\theta) \\ v_y = -g.t + v_0.\sin(\theta) \end{cases}$

On nomme M le point modélisant la balle de golf.

Par définition $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$, on obtient les coordonnées de $\overrightarrow{OM}$ en primitivant celle de $\vec{v}$:

$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0.\cos(\theta).t + C_3 \\ y = -\dfrac{1}{2}.g.t^2 + V_0.\sin(\theta).t + C_4 \end{cases}$ or $\overrightarrow{OM}(t=0)\begin{cases} x(0) = 0 = C_3 \\ y(0) = 0 = C_4 \end{cases}$

donc $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0.\cos(\theta).t \\ y = -\dfrac{1}{2}.g.t^2 + V_0.\sin(\theta).t \end{cases}$.

2.3. Déterminons l'expression de la trajectoire du point M.

$x = V_0.\cos(\theta).t$

donc $t = \dfrac{x}{V_0.\cos(\theta)}$.

On reporte cette expression du temps dans l'expression de l'ordonnée $y = -\dfrac{1}{2}.g.t^2 + V_0.\sin(\theta).t$

$$y(x) = -\frac{1}{2}.g.\left(\frac{x}{V_0.\cos(\theta)}\right)^2 + V_0.\sin(\theta).\frac{x}{V_0.\cos(\theta)}$$

$$y(x) = -\frac{1}{2}.g.\frac{x^2}{V_0^2.\cos^2(\theta)} + \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}.x$$

$$y(x) = x.\left(-\frac{1}{2}.g.\frac{x}{V_0^2.\cos^2(\theta)} + \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}\right)$$

Lorsque l'abscisse de la balle atteint la portée x_{max} alors $y = 0$.

Cela est vérifié si $x = 0$ solution non retenue et si $\left(-\dfrac{1}{2}.g.\dfrac{x}{V_0^2.\cos^2(\theta)} + \dfrac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}\right) = 0$

$$\frac{1}{2}.g.\frac{x}{V_0^2.\cos^2(\theta)} = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$$

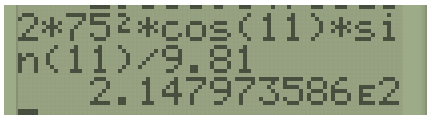
On multiplie par $2.V_0^2.\cos^2(\theta)$.

$$g.x = 2.\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}.V_0^2.\cos^2(\theta)$$

$$x = 2.\frac{\sin(\theta)}{g}.V_0^2.\cos(\theta) \;=\; x_{max} = 2.\frac{V_0^2.\cos(\theta)\sin(\theta)}{g}$$

La formule de la portée est vérifiée.

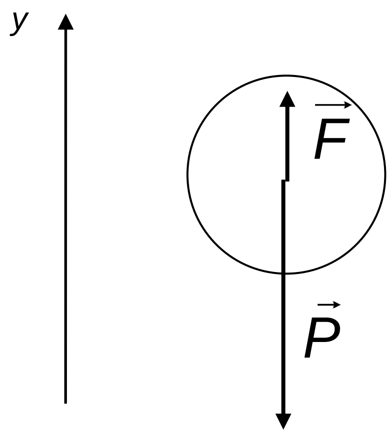
2.4. $x_{max} = 2 \times \dfrac{75{,}0^2 \times \cos(11{,}0) \times \sin(11{,}0)}{9{,}81}$ = $2{,}15 \times 10^2$ m



2.5. L'introduction annonce une portée de 250 mètres, cette valeur est supérieure à celle calculée à la question précédente.
Cela semble surprenant car il serait plus habituel de trouver une valeur théorique de la portée supérieure à celle annoncée. La différence s'expliquant par le fait que nous avons négligé les frottements au cours de cette étude. La partie 3 va apporter une explication logique.

3. De l'importance de l'air dans le vol d'une balle de golf

3.1. Voir ci-contre.



3.2. La deuxième loi de Newton donne maintenant $\vec{P} + \vec{F} = m.\vec{a}$

Par projection suivant l'axe vertical :

$P_y + F_y = m.a_y$

$-P + F = m.a_y$

$$a_y = \frac{-P + F}{m} = \frac{-m.g + F}{m} = -g + \frac{F}{m}$$

3.3. En 2.3. avec $a_y = -g$ on a obtenu une portée $x_{max} = 2.\frac{V_0^2.\cos(\theta)\sin(\theta)}{\boxed{g}}$.

Avec l'effet Magnus, on a $a_y = -g + \frac{F}{m}$, par analogie on en déduit une portée $x_{max} = 2.\frac{V_0^2.\cos(\theta)\sin(\theta)}{\boxed{\left(g - \frac{F}{m}\right)}}$.

Exprimons F.

$$\left(g - \frac{F}{m}\right) = 2.\frac{V_0^2.\cos(\theta)\sin(\theta)}{x_{max}}$$
$$\left(-g + \frac{F}{m}\right) = -2.\frac{V_0^2.\cos(\theta)\sin(\theta)}{x_{max}}$$
$$\frac{F}{m} = g - 2.\frac{V_0^2.\cos(\theta)\sin(\theta)}{x_{max}}$$
$$F = m.g - 2.\frac{m.V_0^2.\cos(\theta)\sin(\theta)}{x_{max}}$$

On remplace θ par 11° qui est conforme à une dizaine de degrés et on conserve les valeurs de g et v_0.

$$F = 46\times10^{-3}\times9{,}81 - 2\times\frac{46\times10^{-3}\times75^2\times\cos(11)\sin(11)}{250}$$

$F = 6{,}3\times10^{-2}$ N

On a calculé F or le sujet demande de l'estimer ce qui sous-entend qu'il existe une méthode plus rapide et plus simple.

Autre version :
On a trouvé 215 m sans tenir compte de cette force F donc avec une somme des forces de valeur égale à g.
Or la balle retombe à 250 m.
La différence représente un écart relatif de (250 – 215) / 250 = 14%
On pourrait donc considérer que la force réellement ressentie par la balle est son poids « diminué » de 14%
Ce qui amène à écrire $F = 0{,}14*m.g = 0{,}14\times9{,}81\times0{,}046 = 6{,}3\times10^{-2}$ N

Version complète pour établir la nouvelle expression de la portée : (sans doute non nécessaire)
Avec $a_y = -g + \frac{F}{m}$, on en déduit $v_y = \left(-g + \frac{F}{m}\right).t + v_0.\sin(\theta)$

et $y = \frac{1}{2}.\left(-g + \frac{F}{m}\right).t^2 + v_0.\sin(\theta).t$

Suivant l'axe des abscisses la résultante des forces ne change pas par rapport à la situation précédente, on a toujours $x = V_0.\cos(\theta).t$

donc $t = \frac{x}{V_0.\cos(\theta)}$.

On reporte cette expression du temps dans l'expression de l'ordonnée

$$y=\frac{1}{2}.\left(-g+\frac{F}{m}\right).t^2+v_0.\sin(\theta).t$$

$$y(x)=\frac{1}{2}.\left(-g+\frac{F}{m}\right).\left(\frac{x}{V_0.\cos(\theta)}\right)^2+v_0.\sin(\theta).\frac{x}{V_0.\cos(\theta)}$$

$$\mathrm{y}(x)=\frac{1}{2}\left(-g+\frac{F}{m}\right).\frac{x^2}{V_0^{\ 2}.\cos^2(\theta)}+\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}.x$$

$$\mathrm{y}(x)=x.\left(\frac{1}{2}\left(-g+\frac{F}{m}\right).\frac{x}{V_0^{\ 2}.\cos^2(\theta)}+\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}\right)$$

Lorsque l'abscisse de la balle atteint la portée x_{max} alors $y = 0$.

Cela est vérifié si $x = 0$ solution non retenue et si $\left(\frac{1}{2}\left(-g+\frac{F}{m}\right).\frac{x}{V_0^{\ 2}.\cos^2(\theta)}+\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}\right)=0$

$$\frac{1}{2}\left(-g+\frac{F}{m}\right).\frac{x}{V_0^{\ 2}.\cos^2(\theta)}=-\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$$

On multiplie par $2.V_0^2.\cos^2(\theta)$.

$$\left(-g+\frac{F}{m}\right).x=-\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}.2.V_0^{\ 2}.\cos^2(\theta)$$

$$x=-2.\frac{\sin(\theta)}{\left(-g+\frac{F}{m}\right)}.V_0^{\ 2}.\cos(\theta)$$

$$x=2.\frac{\sin(\theta)}{\left(g-\frac{F}{m}\right)}.V_0^{\ 2}.\cos(\theta)$$

$$x_{\max}=2.\frac{V_0^{\ 2}.\cos(\theta)\sin(\theta)}{\left(g-\frac{F}{m}\right)}$$ nouvelle expression de la portée avec l'effet Magnus