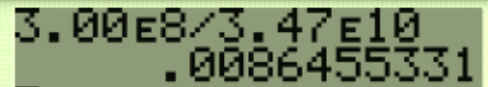


### 1. Mesure de la vitesse initiale du ballon

1.1. On a  $\lambda = \frac{c}{f}$

soit  $\lambda = \frac{3,00 \times 10^8}{3,47 \times 10^{10}} = 8,65 \times 10^{-3} \text{ m}$



Comme la longueur d'onde est comprise entre  $10^{-3} \text{ m}$  et  $1 \text{ m}$ , le radar utilise des **micro-ondes**.

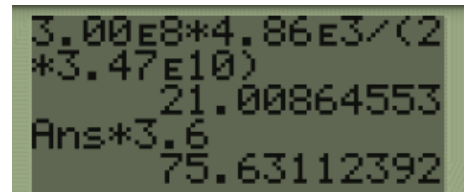
1.2. Le phénomène à l'origine de la différence de fréquence entre les ondes émises et reçues est l'**effet Doppler**.

1.3. Le ballon se **rapproche** du radar. La fréquence de l'onde reçue est **supérieure** à celle de l'onde émise.

En effet, dans le cas des ondes sonores, le son émis par une ambulance à la fréquence  $f_{\text{émise}}$  est perçu par une personne immobile plus aigu à l'approche de l'ambulance que lorsque l'ambulance est immobile : ainsi  $f_{\text{reçue}} > f_{\text{émise}}$ .

1.4.  $|\Delta f| = \frac{2v_0 f_{\text{émise}}}{c}$  soit  $v_0 = \frac{c|\Delta f|}{2f_{\text{émise}}}$

$v_0 = \frac{3,00 \times 10^8 \times 4,86 \times 10^3}{2 \times 3,47 \times 10^{10}} = 21,0 \text{ m.s}^{-1} = 75,6 \text{ km.h}^{-1}$ .



Le radar indique  $76 \text{ km.h}^{-1}$ . Il y a accord entre la valeur indiquée par le radar et le calcul.

### 2. Validité du service

2.1. On applique la deuxième loi de Newton, au système {ballon} supposé ponctuel, de masse  $m$  constante, dans le référentiel du sol supposé galiléen.

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

Seule la force poids  $\vec{P}$  est prise en considération car l'action de l'air négligée.

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

$$m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\vec{g} = \vec{a}$$

En utilisant le repère (Oxy) indiqué, on vérifie que  $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$ . Vu hier en Asie !

2.2. Par définition  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ , on obtient les coordonnées de  $\vec{v}$  en primitivant celles de  $\vec{a}$  :

$$\vec{V} \begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -gt + C_2 \end{cases} \text{ or } \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = v_0 = C_1 \\ V_{0y} = 0 = C_2 \end{cases} \text{ donc } \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = -gt \end{cases}$$

On nomme B le point modélisant le centre du ballon.

Par définition  $\vec{v} = \frac{d\vec{OB}}{dt}$ , on obtient les coordonnées de  $\vec{OB}$  en primitivant celles de  $\vec{v}$  :

$$\vec{OB} \begin{cases} x = v_0 t + C_3 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + C_4 \end{cases} \text{ or } \vec{OB}(t=0) \begin{cases} x(0) = 0 = C_3 \\ y(0) = OB_0 = h = C_4 \end{cases} \text{ donc } \vec{OB} \begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + h \end{cases}$$

Déterminons l'expression de la trajectoire du point B :  $x = v_0 t$  donc  $t = \frac{x}{v_0}$ .

On reporte cette expression du temps dans l'expression de l'ordonnée  $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h$

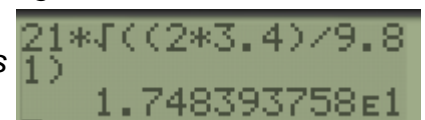
$$y(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 + h \text{ soit } y(x) = -\frac{gx^2}{2v_0^2} + h$$

**2.3.** Lorsque le ballon touche le sol alors son centre d'inertie se situe à l'altitude  $y = r$ . Il touche le sol avant la ligne de fond si la solution de l'équation  $y(x) = 0,10$  m donne une valeur de  $x$  inférieure à  $L = 18,0$  m :

$$r = -\frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2} + h \Leftrightarrow \frac{g x^2}{2 v_0^2} = h - r \Leftrightarrow x^2 = \frac{2 v_0^2 (h - r)}{g}$$

En ne gardant que la solution positive :  $x = \sqrt{\frac{2 v_0^2 (h - r)}{g}}$  soit  $x = v_0 \sqrt{\frac{2(h - r)}{g}}$

$$x = 21,0 \times \sqrt{\frac{2 \times (3,5 - 0,10)}{9,81}} = 17 \text{ m} < L \text{ avec deux chiffres significatifs}$$



Le centre du ballon touche le sol avant la ligne de fond.

*Remarque : On suppose que l'oubli du rayon du ballon ne sera pas sanctionné.*

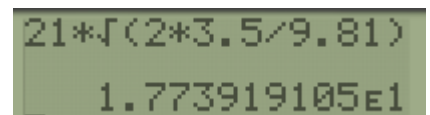
*Version sans tenir compte du rayon :*

Lorsque le ballon touche le sol alors son centre d'inertie se situe à l'altitude  $y = 0$ . Il touche le sol avant la ligne de fond si la solution de l'équation  $y(x) = 0$  m donne une valeur de  $x$  inférieure à  $L = 18,0$  m :

$$0 = -\frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2} + h \Leftrightarrow \frac{g x^2}{2 v_0^2} = h \Leftrightarrow x^2 = \frac{2 \cdot v_0^2 \cdot h}{g}$$

En ne gardant que la solution positive :  $x = \sqrt{\frac{2 \cdot v_0^2 \cdot h}{g}}$  soit  $x = v_0 \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$

$$x = 21,0 \times \sqrt{\frac{2 \times 3,5}{9,81}} = 18 \text{ m} \sim L \text{ avec deux chiffres significatifs}$$



Le manque de chiffres significatifs ne permet pas de conclure avec certitude. Le centre du ballon semble toucher le sol avant la ligne de fond.

**2.4.1.** Énergie cinétique :  $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

Énergie potentielle de pesanteur :  $E_{pp} = m \cdot g \cdot y$

Énergie mécanique :  $E_m = E_c + E_{pp}$

**2.4.2.** La courbe 3 est une droite horizontale. En négligeant les actions de l'air, l'énergie mécanique du ballon reste constante au cours du mouvement. La **courbe 3** est donc celle de **l'énergie mécanique**.

L'énergie associée à la **courbe 1** diminue jusqu'à s'annuler. Elle correspond à **l'énergie potentielle de pesanteur** car  $y$  diminue jusqu'à devenir nul lorsque  $y = 0$ .

La **courbe 2** correspond donc à celle de **l'énergie cinétique**. Cette énergie augmente car au cours de la chute du ballon, la vitesse du ballon augmente.

**2.4.3.** Comme  $E_m$  est constante au cours du mouvement on a :

$E_m(t=0) = E_m(t_{sol})$  où  $t_{sol}$  est la date pour laquelle le ballon touche le sol à la vitesse  $v_{sol}$ .

$$\frac{1}{2} m.v_0^2 + m.g.h = \frac{1}{2} m.v_{sol}^2 + m.g.r \quad \text{car } y(t_{sol}) = r = 0,10 \text{ m.}$$

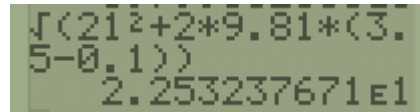
On multiplie par  $2/m$ .

$$v_0^2 + 2.g.h = v_{sol}^2 + 2.g.r$$

$$v_{sol}^2 = v_0^2 + 2.g.(h-r)$$

$$v_{sol} = \sqrt{v_0^2 + 2.g.(h-r)}$$

$$v_{sol} = \sqrt{21,0^2 + 2 \times 9,81 \times (3,5 - 0,10)} = \mathbf{23 \text{ m.s}^{-1}}.$$



Remarque 1 :

Sur la figure 3, l'axe vertical des énergies n'est pas gradué. Il est donc déconseillé de l'utiliser.

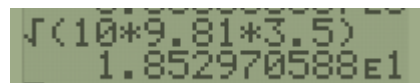
On peut cependant conduire ce raisonnement :

$$E_C(t_{sol}) = 5 E_{pp}(t=0)$$

$$\frac{1}{2} m.v_{sol}^2 = 5.m.g.h$$

$$v_{sol}^2 = 10.g.h \Leftrightarrow v_{sol} = \sqrt{10.g.h}$$

$$v_{sol} = \sqrt{10 \times 9,81 \times 3,5} = 18,5 \text{ m.s}^{-1}$$



Remarque 2 : Là encore la prise en compte du rayon est discutable. En effet, le sujet indique  $E_{pp} = 0 \text{ J}$  pour  $y = 0 \text{ m}$ . Cela signifie que le centre du ballon touche le sol. C'est une crêpe volante ? Cette indication pousse à ne pas tenir compte du rayon.

Version sans tenir compte du rayon :

$E_m(t=0) = E_m(t_{sol})$  où  $t_{sol}$  est la date pour laquelle le ballon touche le sol à la vitesse  $v_{sol}$ .

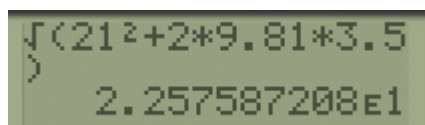
$$\frac{1}{2} m.v_0^2 + m.g.h = \frac{1}{2} m.v_{sol}^2 + 0 \quad \text{car } y(t_{sol}) = 0 \text{ m}$$

On multiplie par  $2/m$ .

$$v_0^2 + 2.g.h = v_{sol}^2$$

$$v_{sol} = \sqrt{v_0^2 + 2.g.h}$$

$$v_{sol} = \sqrt{21,0^2 + 2 \times 9,81 \times 3,5} = \mathbf{23 \text{ m.s}^{-1}}.$$



**2.5.** Les frottements de l'air s'opposent au mouvement du ballon. Cela justifie le fait que la vitesse du ballon lorsqu'il touche le sol est plus petite que celle calculée.

### 3. Réception du ballon par un joueur de l'équipe adverse

Le joueur  $J$  est situé sur la ligne de fond en  $x_J = L = 18,0 \text{ m}$  à la date  $t = 0 \text{ s}$  et se déplace vers le filet avec une vitesse  $v_J$ , à déterminer, afin de réceptionner le ballon au point  $R$ .

Dans le repère choisi, l'équation horaire du joueur sur l'axe des abscisses est alors :

$$x_J(t) = L - v_J.t$$

Lorsque le joueur réceptionne le ballon à la date  $t_R$  à la hauteur  $h_R = 0,80 \text{ m}$ , le centre  $B$  du ballon est situé à l'altitude  $y_B = h_R + r$ , on a :

$$\begin{cases} x_B(t_R) = x_J(t_R) \\ y_B(t_R) = y_J(t_R) \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} v_0.t_R = L - v_J.t_R & (1) \\ -\frac{1}{2}.g.t_R^2 + h = h_R + r & (2) \end{cases}$$

De l'équation (2), on tire la valeur de  $t_R$ .

$$(2) : -\frac{1}{2}gt_R^2 + h = h_R + r$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}gt_R^2 = h - h_R - r$$

$$\Leftrightarrow t_R^2 = \frac{2(h - h_R - r)}{g}$$

$$\text{finalement : } t_R = \sqrt{\frac{2(h - h_R - r)}{g}}$$

$$t_R = \sqrt{\frac{2 \times (3,5 - 0,80 - 0,10)}{9,81}} = \mathbf{0,73 \text{ s}}$$

Puis en reportant dans (1) on calcule la valeur de  $v_J$ .

$$(1) : v_0 \cdot t_R = L - v_J \cdot t_R$$

$$\Leftrightarrow v_J \cdot t_R = L - v_0 \cdot t_R$$

$$\Leftrightarrow v_J = \frac{L}{t_R} - v_0$$

$$v_J = \frac{18,0}{0,74...} - 21,0 = \mathbf{3,7 \text{ m.s}^{-1}}$$

En multipliant par 3,6, on obtient  $V_J = 13 \text{ km.h}^{-1}$ .

Cette valeur de vitesse est facilement à la portée d'un sportif, mais il s'agit d'une vitesse moyenne. Sachant que le sportif était immobile à  $t = 0 \text{ s}$ , il faut donc qu'il atteigne une vitesse instantanée finale bien supérieure à la vitesse moyenne calculée.

*Là encore, version sans le rayon du ballon :*

*Lorsque le joueur réceptionne le ballon à la date  $t_R$  à la hauteur  $h_R = 0,80 \text{ m}$ , le centre B du ballon est situé à l'altitude  $y_B = h_R$ , on a :*

$$\begin{cases} x_B(t_R) = x_J(t_R) \\ y_B(t_R) = y_J(t_R) \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} v_0 \cdot t_R = L - v_J \cdot t_R \quad (1) \\ -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_R^2 + h = h_R \quad (2) \end{cases}$$

De l'équation (2), on tire la valeur de  $t_R$ .

$$(2) : -\frac{1}{2}gt_R^2 + h = h_R$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}gt_R^2 = h - h_R$$

$$\Leftrightarrow t_R^2 = \frac{2(h - h_R)}{g}$$

$$\text{finalement : } t_R = \sqrt{\frac{2(h - h_R)}{g}}$$

$$t_R = \sqrt{\frac{2 \times (3,5 - 0,80)}{9,81}} = \mathbf{0,74 \text{ s}}$$

Puis en reportant dans (1) on calcule la valeur de  $v_J$ .

$$(1) : v_0 \cdot t_R = L - v_J \cdot t_R$$

$$\Leftrightarrow v_J \cdot t_R = L - v_0 \cdot t_R$$

$$\Leftrightarrow v_J = \frac{L}{t_R} - v_0$$

$$v_J = \frac{18,0}{0,74...} - 21,0 = \mathbf{3,3 \text{ m.s}^{-1}}$$
. En multipliant par 3,6, on obtient  $V_J = 12 \text{ km.h}^{-1}$ .

Pour finir, une version plus simple, qui sera elle aussi acceptée.

Après calcul de  $t_R$ , on calcule l'abscisse du ballon  $x(t_R) = v_0 \cdot t_R$

Avec le rayon :

$$x(t_R) = 21,0 \times 0,73 =$$

$$x(t_R) = 15,3 \text{ m}$$

Le joueur doit alors parcourir la distance  $L - x(t_R)$  pendant la durée  $t_R$ .

Il doit se déplacer à la vitesse moyenne  $v = \frac{L - x(t_R)}{t_R}$ .

$$v = \frac{18,0 - 15,3}{0,74} = 3,7 \text{ m.s}^{-1} = 13 \text{ km.h}^{-1}$$

$$v = \frac{18,0 - 15,6}{0,74} = 3,2 \text{ m.s}^{-1} = 12 \text{ km.h}^{-1}$$

```
7.280599946E-1
Ans*21
1.528925989E1
(18-Ans)/7.28059
9946E-1
3.723237279E0
```

```
18-15.6
2.4E0
Ans/7.419290502E
-1
3.234810659E0
Ans*3.6
1.164531837E1
```