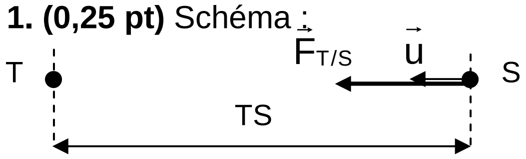
Bac S Amérique du nord 2013 CORRECTION © http://labolycee.org

EXERCICE II : STATION SPATIALE ISS (6,5 points)

Partie A : Étude du mouvement de la station spatiale ISS

1. (0,25 pt) Schéma :



L'expression vectorielle de la force gravitationnelle $\vec{F}_{T/S}$ exercée par la Terre T sur la station S est :

(0,25 pt) $\boxed{\vec{F}_{T/S} = G \cdot \dfrac{m.M}{(d_{TS})^2}.\vec{u}}$.

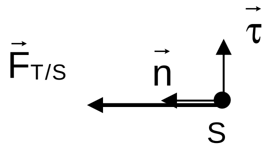
2. Le système {station ISS} est étudié dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

(0,25 pt) La station n'est soumise qu'à la force gravitationnelle $\vec{F}_{T/S}$.

La masse m de la station étant constante, la deuxième loi de Newton s'écrit : $\vec{F}_{T/S} = m.\vec{a_S}$

En posant d_{TS} = R + h il vient : $G.\dfrac{m.M}{(R+h)^2}.\vec{u} = m.\vec{a_S}$

(0,25 pt) Finalement : $\boxed{\vec{a_S} = \dfrac{G.M}{(R+h)^2}.\vec{u}}$.



3.1. (1 pt) Dans le repère de Frenet $(S,\vec{n},\vec{\tau})$,

le vecteur accélération s'écrit : $\vec{a}_S = \dfrac{v^2}{(R+h)}.\vec{n} + \dfrac{dv}{dt}.\vec{\tau}$.

avec $\vec{n} = \vec{u}$ on a : $\vec{a}_S = \dfrac{v^2}{(R+h)}.\vec{u} + \dfrac{dv}{dt}.\vec{\tau}$.

En égalant les deux expressions de l'accélération, il vient : $\dfrac{G.M}{(R+h)^2}.\vec{u} = \dfrac{v^2}{(R+h)}.\vec{u} + \dfrac{dv}{dt}.\vec{\tau}$

Par identification on obtient : $\begin{cases} \text{sur } \vec{u} : \dfrac{G \cdot M}{(R+h)^2} = \dfrac{v^2}{(R+h)} \\ \text{sur } \vec{\tau} : 0 = \dfrac{dv}{dt} \Rightarrow v = cte \end{cases}$

La valeur de la vitesse de la station est constante donc le mouvement est uniforme.

L'expression de la vitesse v s'obtient à partir de la relation : $\dfrac{G \cdot M}{(R+h)^2} = \dfrac{v^2}{(R+h)}$

$v^2 = \dfrac{G \cdot M}{(R+h)}$ soit finalement : $\boxed{v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{R+h}}}$

3.2. (0,25 pt) On convertit R + h en m :

$v = \sqrt{\dfrac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24}}{6380 \times 10^3 + 400 \times 10^3}}$ = $\mathbf{7,67 \times 10^3}$ **m.s**$^{\mathbf{-1}}$ = 7,67 km.s^{-1}.

4. (0,5 pt) Soit T la période de révolution de la station autour de la Terre, comme le mouvement est circulaire et uniforme de rayon R + h , la vitesse v s'écrit : v = $\dfrac{2\pi.(R+h)}{T}$

(0,25 pt) donc $T = \dfrac{2\pi.(R+h)}{v}$ soit $T = \dfrac{2\pi\left(6380 \times 10^3 + 400 \times 10^3\right)}{7,67 \times 10^3}$ = 5,56×10^3 s = 1,54 h

(0,25 pt) Le nombre n de révolutions de la station en Δt = 24 h est n = $\dfrac{\Delta t}{T}$

n = $\dfrac{24}{1,54}$ = 15,6. Un astronaute à bord de la station ISS fait **plus de 15 fois** le tour de la Terre en 24 h.

Partie B : Ravitaillement de la station ISS

1. Modèle simplifié du décollage

1.1. (1,5 pt) Le système S = {fusée + gaz} étant supposé isolé, la quantité de mouvement $\vec{p}_S$ du système se conserve au cours du temps. Entre les dates t = 0 et t = 1 s on a donc :

$$\vec{p}_S(t = 0\ s) = \vec{p}_S(t = 1\ s)$$

Initialement le système est immobile (on considère que les gaz n'ont pas encore eu le temps d'être éjectés de la fusée) donc $\vec{p}_S(t = 0\ s) = \vec{0}$ d'où $\vec{0} = \vec{p}_f + \vec{p}_g$,

soit $\vec{0} = m_f \cdot \vec{v}_f + m_g \cdot \vec{v}_g$

donc finalement : $\boxed{\vec{v}_f = -\frac{m_g}{m_f} \cdot \vec{v}_g}$

Lors du décollage, les gaz sont éjectés vers le bas. La relation précédente montre que la fusée est alors propulsée vers le haut. Il s'agit d'un exemple de mode de propulsion par réaction.

1.2. Entre les dates t = 0 et t = 1 s, la variation de masse $|\Delta m|$ de la fusée est due à l'éjection de gaz qui a lieu avec un débit D.

La masse m_g des gaz éjectés s'écrit $m_g = D.\Delta t$

Donc $\mathbf{|\Delta m| = D.\Delta t}$.

Pour Δt = 1 s on a : $|\Delta m| = 2{,}9\times10^3\times1 = 2{,}9\times10^3$ kg $\approx 3\times10^3$ kg = 3 t.

En exprimant les masses en tonnes, calculons : $\frac{\Delta m}{m_{fi}} = \frac{2{,}9}{7{,}8\times10^2} = 3{,}7\times10^{-3} = 0{,}37\% \approx 0{,}4\ \%$

(0,25 pt) La variation de masse $|\Delta m|$ de la fusée au bout d'une seconde après le décollage est inférieure à 1 % de la masse initiale m_{fi} de la fusée : elle est donc négligeable.

On considère que la masse m_f de la fusée n'a pas varié une seconde après le décollage.

Calculons alors la valeur de la vitesse de la fusée :

En projetant la relation $\vec{v}_f = -\frac{m_g}{m_f} \cdot \vec{v}_g$ selon un axe vertical il vient : $v_f = \frac{m_g}{m_f} \cdot v_g$

En laissant les masses en tonnes et la vitesse en km.s^{-1}, il vient : $v_f = \frac{2{,}9}{7{,}8\times10^2}\times4{,}0$

(0,25 pt) $v_f = 1{,}5\times10^{-2}$ km.s^{-1} = **15 m.s^{-1}.**

2.1. (0,25 pt) Si la vitesse est en réalité très inférieure à celle calculée, c'est que le système n'est pas isolé. Le système {fusée + gaz} subit la force poids qui le ralentit fortement (et dans une moindre mesure la force de frottement de l'air).

2.2.1. (0,25 pt) D s'exprime en kg.s^{-1}.

v_g s'exprime en m.s^{-1}.

Donc $D.v_g$ s'exprime en **kg.m.s^{-2}**.

Le produit $D.v_g$ est donc homogène à une masse (kg) multipliée par une accélération (m.s^{-2}).

La deuxième loi de Newton $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$ permet de conclure que le produit $D.v_g$ est homogène à une force.

2.2.2. La fusée peut décoller si la valeur F de la force de poussée $\vec{F} = -D \cdot \vec{v}_g$ est supérieure à la valeur P du poids $\vec{P}$ de la fusée :

$P = m_f.g$

(0,25 pt) soit $P = 7{,}8\times10^5\times9{,}78 = 7{,}6\times10^6$ N (convertir m_f en kg).

$F = D.v_g$

(0,25 pt) soit $F = 2{,}9\times10^3\times4{,}0\times10^3 = 12\times10^6$ N.

(0,25 pt) Comme F > P, la fusée peut décoller.